

# 带电粒子在电磁场中相对论运动的稳定性分析与无辐射损耗同步回旋加速器的可能性 (注)

俞平 梅晓春

(福州原创物理研究所)

**内容摘要** 按照经典电磁理论, 带电粒子做加速运动时会产生电磁波辐射, 然而实际情况并不总是这样。实验证明只有电流发生振荡时, 天线中才会辐射。如果参数不匹配, 电流不振荡, 天线就不辐射。虽然前者的情况下, 天线交流电场中的电子也做变速运动。电子与原子核碰撞的减速过程中会产生韧致辐射, 但电子在均匀电场中做加速运动却不辐射。同步回旋加速器中电子会产生同步辐射, 但在电子感应加速器中却没有观察到无线电波的辐射(布鲁埃特实验)。事实上在一般的交流电和直流电线圈中, 以及在低温超导电流圈中, 我们都没有观察到电子的辐射。一个更基本的事实是, 原子中绕核运动的电子也不辐射。本文对带电粒子在电磁场中的相对论运动进行分析, 指出相对论运动方程中物体的受力形式是不能任意的。如果力的形式不适当, 带电粒子的运动在理论上不可能发生, 在实际过程中运动不稳定性。为了使运动成为可能, 带电粒子需要通过辐射来改变状态。计算表明, 按照狭义相对论运动方程, 电子在磁场中的纵向速度是超光速的(速度无穷大), 因而运动是不稳定的, 电子需要辐射。电子在电场中的运动则可能是稳定的, 也可能是不稳定的, 电子可能辐射也可能不辐射。**因此加速度不是带电粒子产生辐射的本质原因, 相对论运动的不稳定性才是带电粒子产生辐射的真正原因。**文中详细讨论了产生韧致辐射的条件, 证明天线辐射的本质是韧致辐射。导体中做匀速运动的电子被在晶格上振动的原子核电力场减速, 也会产生韧致辐射。本文在相对论运动方程中加上辐射阻尼力, 使之能正确述有辐射的带电粒子在电磁场中的运动。文中导出辐射阻尼力的具体形式, 证明电子在同步加速器中运动存在“纵向振荡”现象, 给出辐射阻尼力与纵向振荡角的关系。证明只要在电子运动速度方向上加一个适当的电场力代替辐射阻尼力, 就有可能使磁场中电子的相对论运动达到稳定, 从而使电子不辐射, 由此可能建造出无同步辐射损耗的高能回旋加速器。**关键词:** 狭义相对论, 电磁辐射, 天线辐射, 同步辐射, 韧致辐射, 电子感应加速器, 同步回旋加速器

## 1. 前言

按照经典电磁场理论, 带电粒子做加速运动时会产生电磁波辐射。这种辐射与推迟电磁场有关, 可以传播到远处, 与加速度无关的电磁场在近处就严重衰减。如果粒子的加速度与运动速度平行, 辐射功率为:

$$P_{\parallel} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 (1 - v^2/c^2)^3} \quad (1)$$

如果加速度与速度垂直, 比如电子在磁场中的运动, 辐射功率为:

$$P_{\perp} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 (1 - v^2/c^2)^2} \quad (2)$$

---

(注) 本文发表于加拿大 Applied Physics Research, Vol. 4, No. 2; 2012.

式中  $V^*$  是推迟速度， $a^*$  是推迟加速度。然而物理实验证明情况并不总是这样，带电粒子做加速运动时，在某些情况下会辐射电磁波，在某些情况下却是不辐射的。比如在均匀电场中做加速运动时，带电粒子一般都不产生辐射。在无线电发射过程中用交流电场驱动天线内电子的运动，实验证明只有天线中电流发生振荡时，才会发射无线电波。但如果参数不匹配电流不振荡，天线就不会辐射。虽然在二者的情况下，天线中的电子都做周期性变速运动。为何如此，物理学至今没有解释。

另外一个简单而又明显的例子，就是 X 射线的产生过程。在阴极射线管的正负极间施加高电压，对阴极电子进行加速时，我们只观察到气体的放电现象，并没有观察到 (1) 式描述的辐射。但如果在阴极的正负极之间放置一个金属靶，高速运动的电子与靶原子核碰撞迅速减速，就会发出 X 光，就是所谓的韧致辐射。问题是为什么电子在阴极管中加速的过程没有辐射，只是在减速时才辐射？事实上在高压静电加速器中和电子直线加速器中，我们都没有观察到辐射。虽然电子的速度都已经非常接近光速时，为什么观察不到辐射呢？此外，带电粒子在回旋加速器磁场中运动时，同步辐射都是在加速器拐弯的地方才发生<sup>(1)</sup>。在直线加速部分一般没有辐射，除非使用振荡器和扭摆器。

问题在于用振荡器和扭摆器使电子产生辐射（自由电子激光）时，必须用方向交替变化的磁场。然而在高速电子速度垂直的方向上施加周期电场，也会使电子的运动轨道发生摆动。是否也能用方向交替变化的电场来使电子产生自由激光呢？至今未见报道，也许已经有人试过，但无法产生自由激光。这是一个涉及到电磁辐射物理学本质的基本问题，需要引起物理学家的注意。

在加速器的发展史上，同步辐射光的发现是具有戏剧性的。美国通用电器公司在纽约州申纳塔底（Schenectady）有一台能量为 100MeV 的电子感应加速器。1944 年物理学家布鲁埃特（J. Blewett）调试这台设备时，希望能发现电子的辐射。布鲁埃特用一个非常灵敏的，频率从 50Hz ~ 10<sup>8</sup>Hz 的的探测器，这相当于无线电从超长波到超短波的波段。按经典电磁理论，由于电子的运动速度已经接近光速，辐射的功率应该是相当大的。然而布鲁埃特无论将探测器放在电子感应加速器的真空室内还是室外，始终未能探测到电磁波的幅射<sup>(2)</sup>。

就在同一实验室，波拉克于 1947 年建造了一台 70MeV 电子同步加速器。由于该加速器的真空室是透光的，在调试过程中工人却无意中看到了透出的辐射光<sup>(3)</sup>。这种被称为同步辐射光的频率是连续分布的，虽然主要在可见光波段，但从原则上说在无线电波段也应当存在辐射。为什么布鲁埃特当年在电子感应加速器上没有发现辐射呢？至今似乎没有人深究这个问题，虽然布鲁埃特的加速器的能量波拉克的加速器的能量还高 30MeV。物理学家们只是解释说布鲁埃特探测器的探测频率太低，同步辐射的频率较高，布鲁埃特的探测器探测不到。

然而电子感应加速器的加速原理与同步回旋加速器是不同的。在电子感应加速器中，除了磁场的作用外，沿着电子运动轨道的切线方向还**同时存在由变化磁场导致的电场力的作用**。而在同步回旋加速器中，**在轨道转弯部分中运动的电子只受磁场力的作用，没有电场力的作用**。在这两种情况下，电子受力的不同，是否会对其辐射产生影响呢？至今理论上没有人进行研究，也没有人做这种实验，在电子感应加速器的真空室中开一个窗，看看是否真有可见光辐射。因此建议物理学家们重复布鲁埃特早年的实验，观察在电子感应加速器中运动的电子是否辐射可见光。

此外，在一般低频交直流线圈中，只有电阻产生的热辐射，没有在电流运动方向上的电磁波辐射。低温超导实验中，电流在环形金属圈中稳定流动，也没有辐射电磁波。由 (2) 式描述的辐射主要出现在电子运动速度的方向，与空间各项同性的热辐射不同，在实验上很容易区别。布鲁埃特当年在电子感应加速器上寻找辐射时，实验室的其他工程师就告诉过他，电子在感应加速器中转动就如直流电做圆周运动，是

不会有辐射的。当稳恒电流通过直线导体时，电阻会发热辐射，但导体中的自由电子做直线匀速运动。在目前的物理学中，电阻热辐射的机理实际上也没有弄清楚。

还有一个更基本的问题是，原子中绕核运动的电子是否辐射电磁波。这个问题曾经困扰过卢瑟福，他当年提出原子结构时，就面临电磁辐射导致原子不稳定的问题。波尔提出量子论后，电子被认为同时又是物质波。原子的稳定性问题被认为没有意义，实际上只是被搁置起来罢了。因为我们仍然可以问，为什么在宏观的电流线圈中，做加速运动电子也不辐射呢？本文中我们将证明，对于宏观尺寸的低温超导电流圈，按经典理论电子的辐射也是非常大的，根本不可能有稳定的超导电流维持。可见经典电磁辐射理论与实验并不完全一致，为什么会如此，我们应当有一个合理的解释。

本文在狭义相对论动力学方程的基础上，对带电粒子在电磁场中的运动稳定性进行分析。指出带电粒子的辐射实际上是一种相对论效应。相对论运动方程中，物体受力的形式是不能任意的。特别是如果力与速度有关，就不能保证不会出现超光速的情况。文中证明按照相对论运动方程，磁场中电子的纵向运动速度就是超光速的。此时运动在理论上是不可能发生的，实际过程中就会出现运动不稳定性。为了使运动成为可能，自然本性就会使带电粒子通过辐射来改变自己的状态，使稳定的运动成为可能。带电粒子在磁场中的运动是不稳定的，一定会辐射。带电粒子在电场中的运动可能是稳定的也可能是不稳定的，可能辐射也可能不辐射。

文中通过具体计算证明，在周期电场作用下，在天线中做振荡运动的电子会辐射，但均匀电场中做匀加速的电子的运动是稳定的不会辐射。在同步回旋加速器中以及与原子碰撞的过程中，电子的运动是不稳定的需要辐射，但在感应加速器中电子的运动是稳定的不需要辐射。在有心电场中电子的运动可能是稳定的，也可能是不稳定的。绕原子核运动的电子自动选择稳定的轨道，可以不辐射，从而使原子系统稳定。

文中详细讨论了韧致辐射的产生原因，证明韧致辐射是一种相对论效应。与原子碰撞的带电粒子的相对论运动是不稳定的，会产生韧致辐射。天线中做周期性振荡运动的电子，其辐射的本质也是韧致辐射。

在目前的理论中，带电粒子电磁场运动方程都没有考虑辐射阻尼力的存在，因而实际上不能用描写带电粒子有辐射时的运动。我们必须在相对论运动方程中加上辐射阻尼力，才能用来描述有辐射的带电粒子在电磁场中的运动。本文导出辐射阻尼力的具体形式，自动得到带电粒子在磁场中运动会产生“同步加速器振荡”的结果。文中证明只要在电子运动速度方向上加一个合适的电场力，就能使磁场中电子原来不稳定的相对论运动达到稳定，从而使电子不辐射，建造出高能无同步辐射损耗的回旋加速器。

在带电粒子辐射问题上，我们应当改变思维方式。不是加速度导致带电粒子辐射，而是带电粒子的辐射与加速度有关。如果带电粒子的相对论运动稳定，做加速运动粒子是不辐射的。由于不辐射，电磁理论中关于电磁辐射的公式不适用，就无所谓加速度导致带电粒子辐射了。由此就能得到逻辑一致，且与实验符合得很好的理论。

## 2. 对布鲁埃特实验结果的分析

电子感应加速器中电子同时受到磁场和感应电场的作用，磁场将电子约束在圆形轨道上，感应电场用来加速电子。布鲁埃特使用的电子感应加速器能量达到 100MeV，按道理应当观察到电磁辐射，但实际上没有发现辐射。为了解释这个结果，人们认为由于电子运动速度接近公式，多普勒效应是光谱频率变大好几个数量级，以至于在低频波段观察不到辐射<sup>(1)</sup>。然而事情并不是这样简单，按照多普勒频移公式，光源运动时，在某些方向上频率变大，在另外一些方向上却是频率变小。设光源以速度  $V$  运动， $\nu_0$  是光的固有频率， $\nu$  是静止观察者测量到的频率，多普勒频移公式是：

$$\nu = \frac{\nu_0(1 - V \cos \varphi / c)}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} \quad (3)$$

电子在回旋加速器中做圆周运动时，电磁辐射功率的平面间分布如图 1 所示。按照相对论动能公式计算，能量 100MeV 电子的速度为  $V = 0.99999c$ ， $\sqrt{1 - V^2 / c^2} = 0.0051$ 。当观察者面对电子运动方向时  $\varphi = \pi$ ，按(3)式有  $\nu / \nu_0 = 392$ 。结果表示光谱蓝移，频率变大 392 倍。如果在电子离开观察者的方向上测量， $\varphi = 0$ ，有  $\nu / \nu_0 = 0.002$ 。结果表示光谱红移，频率变小 500 倍。

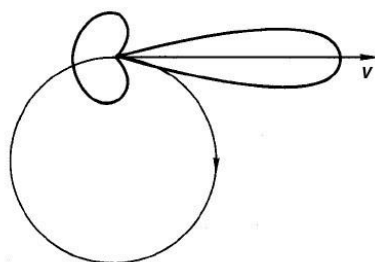


图 1. 电子做圆周运动时辐射功率的空间分布

无线电超长波到中波的频率范围是  $3 \times 10^3 \text{ Hz} \sim 3 \times 10^5 \text{ Hz}$ ，短波到超短波的频率范围是  $3 \times 10^6 \sim 3 \times 10^8 \text{ Hz}$ ，微波的频率是  $3 \times 10^8 \sim 3 \times 10^{11} \text{ Hz}$ ，远红外光的频率是  $3 \times 10^{11} \sim 3 \times 10^{12} \text{ Hz}$ 。按照 (3) 式计算，在  $\varphi = \pi$  和  $\varphi = \pi/2$  的方向上，即使中低频辐射的频率增加几百倍，仍然落在短波波段，远没有达到远红移光的频率范围，更不用说会变成红外光和可见光了。更何况在  $\varphi = 0$  的方向在测量，无线电辐射的频率变低 500 倍。布鲁埃特使用频率范围在  $50 \text{ Hz} \sim 10^8 \text{ Hz}$  的探测器，按理不可能探测不到辐射。

然而布鲁埃特当年无论将探测器放在电子感应加速器的真空加速腔内还是放在真空腔外，无论放在什么方向上，都没有测量到无线电波的辐射。尽管他用的电子感应加速器的能量比波拉克发现同步辐射的同步加速器的能量还高。这种情况是非常奇怪的，一定是在物理学原理上存在某个我们没有认识到的盲区。物理学家有必要重复比布鲁埃特的实验，不仅在无线电辐射频率范围内，而且应当在整个电磁辐射区内寻找。我们需要找出事情的真相，这对理论物理学和实验物理学可能是非常重要的。

### 3. 带电粒子在均匀电场中的相对论运动

由于带电粒子加速运动过程的辐射是宏观电磁效应，本文只在宏观物理的范围内讨论问题，不涉及量子力学。电子的质量为  $m_0$ ，电荷为  $-q$ ，在电磁场中的相对论运动方程为：

$$\frac{d}{dt} \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} = -q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (4)$$

或：

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{m_0 \vec{V} V / c^2}{(1 - V^2 / c^2)^{3/2}} \frac{dV}{dt} = -q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (5)$$

令  $\vec{a}$  是电子的加速度，有：

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} = \frac{V_x}{V} \frac{dV_x}{dt} + \frac{V_y}{V} \frac{dV_y}{dt} + \frac{V_z}{V} \frac{dV_z}{dt} = \frac{\vec{V} \cdot \vec{a}}{V} \quad (6)$$

将上式代入 (5) 式，得：

$$\frac{m_0 \bar{a}}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0 \bar{V}(\bar{V} \cdot \bar{a})/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = -q(\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B}) \quad (7)$$

设电子在均匀电场  $E$  中沿  $x$  轴方向做直线加速运动，运动方程变为：

$$\frac{d}{dt} \frac{m_0 V}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = qE \quad (8)$$

将上式左边微分，得到：

$$\frac{m_0 a}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = qE \quad (9)$$

其中  $a = dV/dt$  是加速度。另外，考虑到  $V = dx/dt$ ，运动方程 (8) 式有可以写为：

$$\frac{d}{dt} \frac{m_0 V}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = V \frac{d}{dx} \frac{m_0 V}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = qE \quad (10)$$

设电子在  $x = x_0$  时速度  $V = 0$ ，将上式分部积分，可得：

$$\frac{V}{c} = \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + qE(x - x_0)} \right)^2} \quad (11)$$

当  $x \rightarrow \infty$  时， $V \rightarrow c$  时，粒子的速度趋向于光速，这样的运动是可能和稳定的。

如果用推迟时间的量来表示，即令  $a^* = a$ ，将 (9) 式的加速度代入 (1) 式，得电子的辐射功率：

$$P_{11} = \frac{q^4 E^2}{6\pi\epsilon_0 c^3 m_0^2} \quad (12)$$

电子静止质量  $m_0 = 9.11 \times 10^{-31}$  千克，电荷  $q = 1.60 \times 10^{-19}$  库伦。假设电子直线加速器的电场强度  $E = 10^6$  伏/米，加速的距离  $x - x_0 = 100$  米。按 (11) 式计算，电子的终速度  $V = 0.999987c$ 。按照狭义相对论公式计算，其动能为  $T = 3.15 \times 10^{-9}$  焦耳。按 (12) 式，电子最大的辐射功率  $P_{11} = 1.75 \times 10^{-19} W$ 。设电子从初速为零加速到接近光速，平均速度为  $0.5c$ 。电子通过 100 米距离花费的时间  $\Delta t_1 = 6.67 \times 10^{-7}$  秒，辐射出的能量为  $E_1 = P_{11} \Delta t = 1.17 \times 10^{-25}$  焦耳，远小于电子的动能。按照这种辐射功率，要使电子速度从  $c$  变为零，需要的时间是  $\Delta t_2 = T/P_{11} = 1.8 \times 10^{10}$  秒 = 571 年。设电子辐射波长为  $7 \times 10^{-7}$  米的红光，能量为  $E_2 = 2.84 \times 10^{-19}$  焦耳。我们有  $E_1/E_2 = 4.12 \times 10^{-7}$ ，意味着电子在整个加速过程中发射的红光光子数远小于一个。由于辐射光的量子化，这等于说电子在整个加速过程中根本没有辐射。

这个结果与实际实验是一致的，实验表明直线加速器的设计可以忽略电子的辐射<sup>(2)</sup>。然而将高速运动的带电粒子射向金属靶，使之减速产生 X 射线的过程却会产生强烈的韧致辐射。我们来简单估计两种情况下带电粒子的加速度。按照 (9) 式，粒子在直线加速器中做匀加速运动时，平均速度为  $0.5c$  时的加速度  $a_1 = 2.5 \times 10^{17} m/s^2$ 。设金属靶的厚度为 1 厘米，带电粒子以近光速射向靶，离开靶时速度减小为零，平均速度为  $0.5c$ 。粒子以这个平均速度通过 1 厘米距离花费的时间为  $t = 6.67 \times 10^{-11}$  秒，按公式  $l = at^2/2$  计算，粒子的减速度为  $a_2 = 4.5 \times 10^{17} m/s^2$ 。两种情况下加速度的数量级是一样的，但电子在直线加速器中做匀加速运动时没有辐射，被金属靶减速时却产生强烈的辐射。为什么会有这样大的差别，现在的辐射理论是没有办法解释的。

按照下文的讨论，带电粒子是否辐射取决于带电粒子在电磁场中相对论运动的稳定性。按照（11）式，电子在均匀电场中的运动理论上是可以实现的，实际运动是稳定，就没有必要辐射。事实上如果有电子有辐射，就有辐射阻尼力存在，运动方程中就应当加上辐射阻尼力。（4）和（8）式没有辐射阻尼力的项，它们只能描述带电粒子没有辐射的稳定运动。

## 4. 带电粒子在周期电场中的相对论运动

### 4.1 电子在自由空间中受周期电场作用的运动

在本节中我们讨论天线辐射问题，证明天线的边界条件对电子是否辐射有至关重要的作用。我们先讨论电子在自由空间中受周期性电场的作用下的运动，所谓自由空间就是除了电子和电磁场外没有其他物质的空间，电子的运动不受边界条件的限制。在周期电场  $E = E_0 \sin \omega t$  的作用下，电子的相对论运动方程为：

$$\frac{d}{dt} \frac{m_0 V}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = -qE_0 \sin \omega t \quad (13)$$

将上式积分，得：

$$\frac{V}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - \frac{V_0}{\sqrt{1-V_0^2/c^2}} = \frac{qE}{\omega m_0} (\cos \omega t - \cos \omega t_0) \quad (14)$$

令  $t = t_0$  时  $V_0 = 0$ ，相角  $\theta_0 = \omega t_0 = \pi/2$ ，等价于  $t_0 = \pi/(2\omega)$ ，从上式得：

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{qcE_0 \cos \omega t}{\sqrt{(c\omega m_0)^2 + (qE_0)^2 \cos^2 \omega t}} \quad (15)$$

令  $t = t_0$  时  $x = x_0$ ，再积分一次，得：

$$x - x_0 = \int_{t_0}^t \frac{qcE_0 d \sin \omega t'}{\omega \sqrt{(c\omega m_0)^2 + (qE_0)^2 (1 - \sin^2 \omega t')}} \quad (16)$$

$$\text{令：} \quad qcE_0 \sin \omega t = y \quad (c\omega m_0)^2 + (qE_0)^2 = b^2 \quad (17)$$

上式变为：

$$x - x_0 = \frac{c}{\omega} \int_{y_0}^y \frac{dy'}{\sqrt{b^2 - y'^2}} = \frac{c}{\omega} \left( \arcsin \frac{y}{b} - \arcsin \frac{y_0}{b} \right) \quad (18)$$

由于  $t = t_0$  时  $\omega t_0 = \pi/2$ ， $y_0 = qE_0$ ，就有：

$$\frac{\sin \omega t}{\sqrt{1 + (c\omega m_0 / qE_0)^2}} = \sin \left[ \frac{\omega}{c} (x - x_0) + \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + (c\omega m_0 / qE_0)^2}} \right] \quad (19)$$

从（15）可知  $V/c < 1$ ，由于对  $x - x_0$  是没有限制的，（19）式也是可能的。因此电子在长度无边界限制的周期性电场中的相对论运动是可能的，就没有必要通过辐射来改变运动状态。如果按（1）式计算辐射功率，将（13）式对时间微分，可得加速度：

$$a = -\frac{qE_0 \sin \omega t (1 - V^2/c^2)^{3/2}}{m_0} \quad (20)$$

代入 (1) 式, 用推迟时间来表示, 即令  $t^* = t$ , 电子的辐射功率为:

$$P_{11} = \frac{q^4 E_0^2 \sin^2 \omega t}{6\pi\epsilon_0 c^3 m_0^2} \quad (21)$$

结果与 (12) 式基本一样。设电场  $E_0 = 10^3$  伏/米, 频率  $\omega = 10^5$ , 按上式计算,  $\sin \omega t = 1$  时电子最大辐射功率为  $P_{11} = 1.75 \times 10^{-25} W$ , 平均辐射功率为  $\bar{P}_{11} = 8.80 \times 10^{-26} W$ 。按 (15) 式计算, 电子最大的速度为  $V = 0.99977c$ 。按相对论公式计算, 电子的最大动能为  $3.88 \times 10^{-12}$  焦耳, 平均动能为  $T = 1.94 \times 10^{-12}$  焦耳。要将这个动能全部辐射掉, 需要的时间是  $\Delta t = T / \bar{P}_{11} = 2.20 \times 10^{13}$  秒, 约等于 70 万年。

将这个结果用于无限长交流电的输送过程, 设导线的平均电流强度  $I = 0.01$  安培, 电子速度取平均值  $V = 0.5c$ , 单位时间内通过导线截面的电子数则为  $4.17 \times 10^8$ 。也就是说一米长的导线内有  $4.17 \times 10^8$  个电子在做加速运动, 总辐射功率是  $3.67 \times 10^{-18}$  瓦。可见辐射非常小, 以至于可以认为实际上不辐射。实际实验也证明, 如果不考虑电阻的热辐射, 无限长交流电输送过程是没有无线电波辐射的。

然而问题在于, 如果是电子在长度有限的天线中做周期性加速运动, 就有很强的辐射。比如一根 1 米长的天线, 用  $U = 1000$  伏的交流变压器为动力, 电场  $E_0 = 10^3$  伏/米。设 LC 电路的振荡频率为  $\omega = 10^5$  (波长为 478 米的中波), 电流强度同样是  $I = 0.01$  安培。一般而言可以取天线辐射等效电阻  $R_{rad} = 50$  欧姆, 天线辐射功率就为  $P = IR^2 / 2 = 12.5$  瓦, 比自由空间中受周期电场作用的电子的辐射功率大  $3.41 \times 10^{18}$  倍!

为什么在同样的条件下, 边界有限和边界无限时电子的辐射会有这样大的不同, 现有理论没有解释。然而这两种情况下的辐射都是实验事实, 其中一定存在我们目前不了解的机制。以下来讨论这个问题。

## 4.2 天线辐射

下面我们证明, 在边界有限周期性电场中, 电子的相对论运动受到限制。天线末端高速运动电子会被迅速地减速。在天线的中部, 电子经过导线中晶格上原子附近时被原子电场减速。这两种情况都会导致韧致辐射。因此电子在周期性电场中的加速运动不是天线辐射的原因, 韧致辐射才是天线辐射的本质。同样取天线长度 1 米, 电场  $E_0 = 10^3$  伏/米, 频率  $\omega = 10^5$ , 我们有:

$$\left( \frac{c\omega m_0}{qE_0} \right)^2 = 4.55 \times 10^{-4} \ll 1 \quad \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + (c\omega m_0 / qE_0)^2}} \sim \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \quad (22)$$

(19) 式可以简化为:

$$\sin \omega t \approx \sin \left( \frac{\omega}{c} (x - x_0) + \frac{\pi}{2} \right) \quad (23)$$

设  $x_0$  是天线的中点, 就有  $|x - x_0| \sim 0.5$  米, 我们有:

$$\frac{\omega}{c} |x - x_0| \leq 1.67 \times 10^{-4} \ll \frac{\pi}{2} \quad (24)$$

(23) 式左边的取值范围是  $-1 \sim +1$ , 但右边的取值范围在  $+1$  附近, 因此 (23) 式一般不成立。比如  $t = \pi / \omega$  时 (23) 式左边等于零, 但右边不可能等于零, 除非  $\omega (x - x_0) / c \sim \pm \pi / 2$ 。这意味着  $|x - x_0| = 471$  米, 大大超出 1 米天线的限制。再如  $t = 3\pi / (2\omega)$  时  $\sin \omega t = -1$ , 按 (23) 式则有  $\omega (x - x_0) / c = \pm \pi$ ,  $|x - x_0| = 942$  米。因此 (23) 式无法描述长度等于 1 米天线中电子的正常运动。

以上讨论中假设初始相角  $\theta_0 = \pi / 2$ 。如果  $\theta_0 \neq \pi / 2$ , (16) 式无法积分。但由于物理过程与初相角取值无关, 一般的情况下, 以上结论仍然成立。比如忽略 (19) 式右边括号内第二项, 考虑 (22) 式, 就有:

$$\sin \omega t \approx \sin \left[ \frac{\omega}{c}(x-x_0) \right] = -0.0085 \sim +0.0085 \quad (25)$$

这个关系仍然是不可能成立的。

然而长度 1 米， $E_0 = 10^3$  伏特/米和  $\omega = 10^5$  的天线实际上是可以制造的，因此在这个天线中电子的实际运动方式只能如下。在  $\sin \omega t > 0$  时电场力为正，天线内的自由电子正向运动。到达天线的顶端时运动受阻，所有的电子都静止在同一端，另一端则出现相应的正电荷。一直等到  $\sin \omega t < 0$  时电场力变负，所有电子同时反向运动，且最终又都静止在天线的另一端。如此反复形成振荡，产生电磁波辐射。事实上实验表明，天线如果不振荡就没有辐射，尽管电子在周期性电场作用下做加速运动。如果天线足够长，电子不会再来末端累积，此时只是交流电在导线中运动。天线不会发生振荡，不会产生天线辐射。

从微观的角度看，电子运动到天线的末端时无法脱离导线。在天线末端原子电场的作用下，电子会被突然减速，产生的辐射实际上是韧致辐射。由于所有的电子在导线末端都被突然减速，产生的韧致辐射就会很大。在天线的中段运动时，有些电子会离导线晶格上的原子很近，受原子的电荷的作用也会突然被减速产生韧致辐射。如果天线足够长，电子在周期电场作用下不会到达天线末端，就不存导线末端所有电子都被突然减速的事情，天线的韧致辐射就被大大减少。按照 (19) 式，天线发生振荡，产生辐射满足的条件是：

$$\frac{c\omega m_0}{qE_0} \ll 1 \quad \text{和} \quad \frac{\omega}{c}|x-x_0| < \frac{\pi}{2} \quad (26)$$

对于  $E_0 = 10^3$  伏/米， $|x-x_0| = 0.5$  米的天线，辐射电磁波的最高频率为  $\omega = 9.42 \times 10^8$ （毫米波）。如果超出这个频率，就没有电磁波辐射。比如  $\omega = 10^{10}$ ，就有：

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{c}|x-x_0| &= 16.7 & \frac{c\omega m_0}{qE_0} &= 1.71 \times 10^4 \\ \sqrt{1 + \left( \frac{c\omega m_0}{qE_0} \right)^2} &\approx 1.71 \times 10^4 & \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + (c\omega m_0 / qE_0)^2}} &= 5.85 \times 10^{-5} \end{aligned} \quad (27)$$

(19) 式变成：

$$\sin \omega t = 1.72 \times 10^4 \sin \left[ \frac{\omega}{c}(x-x_0) + 5.85 \times 10^{-5} \right] \quad (28)$$

上式可以成立，就没有导线末端电子的韧致辐射，这就是一般无线电发射天线无法发射红外光和可见光的原因。可见天线中电子的周期加速运动不是天线辐射的原因，发生在天线内部和末端的韧致辐射才是天线辐射的原因。下文中我们将证明，韧致辐射是带电粒子相对论运动不稳定性导致的结果。

## 5. 带电粒子在均匀磁场中的相对论运动

### 5.1 运动的不稳定性

设磁场均匀且沿 z 轴方向，按照 (5) 式，电子的相对论运动方程为：

$$\frac{m_0 \vec{a}}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0 \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{a})/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = -q(\vec{V} \times \vec{B}) = \vec{F}_B \quad (29)$$



上式中的第二项是相对论特有的，一般而言  $\vec{V} \cdot \vec{a} \neq 0$ 。因此带电粒子在磁场中的运动由方向在  $\vec{V}$ ， $\vec{a}$  和  $\vec{F}_B$  上的三个矢量描述，粒子不是做圆周运动，而是做平面螺旋运动。在  $V \rightarrow c$  的情况下，上式左边第二项和第一项具有相同的数量级，粒子的运动将严重偏离圆形轨道。设速度和加速度的夹角为  $\theta < \pi/2$ ，如图 2 所示，有两种矢量合成方式。第一种方式  $\theta < \pi/2$ ，会导致电子的轨道半径越变越小。第二种方式  $\theta > \pi/2$ ，会导致电子的轨道半径越变越大。

将运动方程沿  $\vec{V}$  和  $\vec{F}_B$  这两个正交方向分解，写成分量形式，就有：

$$\frac{m_0 a \cos \theta}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0 V^2 a \cos \theta / c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = 0 \quad \frac{m_0 a \sin \theta}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = F_B \quad (30)$$

由于一般而言  $\cos \theta \neq 0$ ，从上式的第一式得到：

$$1 + \frac{V^2/c^2}{1-V^2/c^2} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{1}{1-V^2/c^2} = 0 \quad (31)$$

要使上式成立只有令  $V \rightarrow \infty$ ，因此电子在磁场中的纵向运动方程是破坏光速极限原理，这显然是不可能的。我们再次看到磁力  $\vec{F}_B$  与相对论运动方程不匹配，电子在均匀磁场中的运动方程 (29) 式实际上是不可实现的。因此带电粒子就要辐射，通过辐射阻尼力来改变运动状态，使运动成为可能。

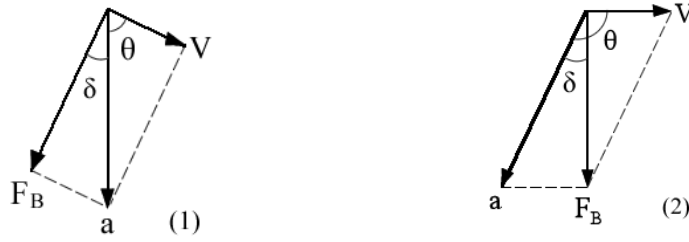


图 2 电子在均匀磁场中的两种相对论运动方式

## 5.2 辐射阻尼力和电子轨道运动的纵向振荡

目前加速器理论实际上令  $\vec{V} \cdot \vec{a} \rightarrow 0$ ，即假设电子在回旋加速器中做近似的圆周运动，运动方程 (29) 式变为：

$$\frac{m_0 \vec{a}}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = -q(\vec{V} \times \vec{B}) \quad (32)$$

令  $R$  代表圆周半径， $p$  是电子的相对论动量，考虑到  $a = V^2/R$  和  $\vec{B} \perp \vec{V}$ ，从上式得：

$$R = \frac{m_0 V}{qB \sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{p}{qB} \quad (33)$$

电子的加速度为：

$$a = -\frac{qVB \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_0} = \frac{F_B \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_0} \quad (34)$$

按照本文的观点，如果  $\vec{V} \cdot \vec{a} = 0$ ，就不存在 (34) 式的问题。也就是说如果带电粒子在磁场中做严格的圆

周运动，它们是不辐射的。

然而严格的圆周运动只是一种数学上的理想情况，在实际过程中难以实现。这就像一个竖立的鸡蛋，理论上说可以现实，实际上竖立不了。由于存在各种干扰的因素，比如磁场的均匀性，加速器真空腔中残留气体的存在，粒子束中带电粒子之间的电磁相互作用，加速器其他部分电磁场的干扰，以及粒子注入加速器时初速度方向的弥散等，使在加速器中粒子实际的运动轨迹不可能是真正的圆周。只要粒子稍微偏离一点圆周运动，就出现（31）式的问题。因此在一般情况下，带电粒子在磁场中运动要一直辐射，直到动能完全耗尽。

设辐射阻尼力为  $\vec{F}_f$ ，电子在同步加速器中真实的运动方程应当是：

$$\frac{m_0 \vec{a}}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0 \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{a})/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = -q(\vec{V} \times \vec{B}) + \vec{F}_f \quad (35)$$

设速度与磁场方向垂直， $\vec{V} \perp \vec{F}_B$ ，辐射阻尼力与速度平行， $\vec{V} \cdot \vec{F}_f = VF_f$ ，将  $\vec{V}$  点乘上式，就得到：

$$\frac{m_0 a \left[ 1 - V^2/c^2 (1 - \cos\theta) \right] \cos\theta}{(1 - V^2/c^2)^{3/2}} = F_f \quad (36)$$

将  $\vec{V}$  叉乘（35）式，得：

$$\frac{m_0 a \left[ 1 - V^2/c^2 (1 - \cos\theta) \right] \sin\theta}{(1 - V^2/c^2)^{3/2}} = F_B = -qVB \quad (37)$$

从以上两式得：

$$F_f = -qVB \cot\theta = F_B \cot\theta \quad (38)$$

上式就是辐射阻尼力与磁场力的关系。由于  $\theta \neq \pi/2$ ，电子在磁场中不是做圆周运动。但运动轨道可以非常接近圆形。如图 2 所示，令  $\theta = \pi/2 \pm \delta$ ， $\delta$  是一个很小的角度， $\sin\theta = \cos(\pm\delta) \approx 1$  和  $\cos\theta = \sin(\pm\delta) \approx \pm\delta$ ，代入（38）式得：

$$F_f = \pm\delta F_B = \pm\delta qVB \quad (39)$$

这个  $\sin(\pm\delta) \approx \pm\delta$  会导致加速器中电子束的纵向振荡运动。这种振荡在同步加速器上实际存在，被称为“同步加速器纵向振荡”。引入辐射阻尼力，就能自动得到电子“同步加速器纵向振荡”的结果。 $\delta$  的具体数值不能通过运动方程得到，但可以通过测量或其他方式得到，这在加速器理论中有详细讨论。由于  $\delta$  很小，按（39）式辐射阻尼力比磁场力小很多。 $\delta$  越大辐射阻尼力越大， $\delta = 0$  时电子做严格的圆周运动，就没有辐射。将  $\sin\theta = \cos(\pm\delta) \approx 1$  和  $\cos\theta \approx \pm\delta$  代入（37），得到：

$$a = \frac{F_B (1 - V^2/c^2)^{3/2}}{m_0 \left[ 1 - V^2/c^2 (1 \pm \delta) \right]} \approx \frac{F_B \sqrt{1 - V^2/c^2}}{m_0} \quad (40)$$

结果与（34）基本一样。将上式代入（2）式，就得到考虑辐射阻尼力后的辐射功率，结果基本不变。

可以想象，如果我们在同步回旋加速器中引入某种力代替辐射阻尼力，并使之满足（37）式，磁场中的带电粒子不必辐射也能使运动可能和稳定。这就涉及到无同步辐射损耗的回旋加速器设计的问题，我们

将在下文讨论。

以上结果还告诉我们，由于存在速度不能超过光速的限制，相对论运动方程中物体受力的形式是不能任意的，否则就有可能出现超光速的情况。狭义相对论建立一百年以来，这个问题一直被忽略，需要引起物理学家的注意。

## 6. 带电粒子在向心力场中的运动

### 6.1 运动的稳定性和不稳定性

设原子核的电荷是  $Q$ ，不考虑辐射阻尼力，电子在原子中的相对论运动方程是：

$$\frac{m_0 \vec{a}}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0 \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{a})/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = \vec{F}_E = -\frac{qQ\vec{r}}{r^3} \quad (41)$$

上式第二项是相对论运动特有的，由于它的存在，电子的运动轨道一般不是圆形的。事实上在牛顿力学中我们就已经知道，物体在有心力场中运动时，其轨道一般是椭圆的而不是圆形的。用  $\vec{r}$  叉乘上式，得到方程在与  $\vec{r}$  垂直方向的投影：

$$\frac{m_0(\vec{r} \times \vec{a})}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0(\vec{r} \times \vec{V})(\vec{V} \cdot \vec{a})/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = 0 \quad (42)$$

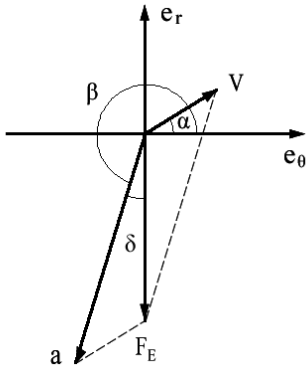


图3 电子在向心力电场中不可能的相对论运动方式1，电子要辐射。

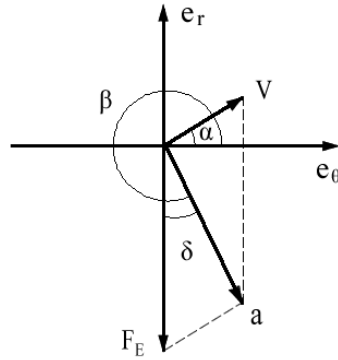


图3 电子在向心力电场中可能的相对论运动方式1，电子不辐射。

如图3所示，采用极坐标，令  $\vec{V}$  和  $\vec{e}_\theta$  的夹角为  $\alpha$ ，加速度  $\vec{a}$  和  $\vec{e}_\theta$  的夹角为  $\beta$ ， $\vec{F}_E$  与  $\vec{e}_r$  方向相反。就有  $\vec{V} \cdot \vec{a} = Va \cos(\beta - \alpha)$ ， $\vec{r} \times \vec{a} \sim ra \sin(\beta - \pi/2) = -ra \cos \beta$ ， $\vec{r} \times \vec{V} = -\vec{V} \times \vec{r} \sim -Vr \sin(\pi/2 - \alpha) = -Vr \cos \alpha$ 。代入 (42) 式，得到电子在与  $\vec{r}$  垂直方向上的运动满足的关系：

$$-\cos \beta - \frac{\cos \alpha \cos(\beta - \alpha) V^2 / c^2}{1 - V^2 / c^2} = 0 \quad (43)$$

或：

$$\frac{V^2}{c^2} = \frac{1}{1 - \cos \alpha \cos(\beta - \alpha) / \cos \beta} \quad (44)$$

考虑到  $V/c < 1$ ，就应当有：

$$\frac{\cos\alpha \cos(\beta-\alpha)}{\cos\beta} = \cos^2\alpha(1+\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta) < 0 \quad (45)$$

或:  $\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta < -1 \quad (46)$

$\alpha$  位于第一和第三象限时  $\operatorname{tg}\alpha > 0$ , 位于第二和第四象限时  $\operatorname{tg}\alpha < 0$ 。如果  $\alpha$  位于第一和第三象限, 要使 (46) 式成立,  $\beta$  就应当位于第二和第四象限。如果  $\alpha$  位于第二和第四象限,  $\beta$  就应当位于第一和第三象限。同时还要满足 (46) 式, 否则电子的运动不稳定, 仍然要辐射。

假设  $\alpha$  位于第一象限, 图 3 的运动是不稳定的, 电子要辐射。图 4 的运动是可能的, 但还必须满足 (46) 式。令  $\beta = 270^\circ + \delta$ ,  $\operatorname{tg}\beta = -\operatorname{ctg}\delta$ , (46) 式变成  $\operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\delta > 1$  或  $\operatorname{tg}\alpha > \operatorname{tg}\delta$ , 即  $\alpha > \delta$ 。如果  $\alpha < \delta$ , 电子的运动是不稳定的, 仍然要辐射。

如果  $\alpha$  位于第四象限, 图 5 的运动是不可能的, 电子要辐射。图 6 的运动是可能的, 但要同时满足 (46) 式。令  $\beta = 270^\circ - \delta$ ,  $\alpha = -\Delta$ , 我们有  $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{ctg}\delta$ ,  $\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\Delta$ 。(46) 式变为  $\operatorname{tg}\Delta \operatorname{ctg}\delta > 1$  或  $\operatorname{tg}\Delta > \operatorname{tg}\delta$ , 即  $\Delta > \delta$ 。如果  $\Delta < \delta$ , 电子的运动是不稳定的, 仍然要辐射。

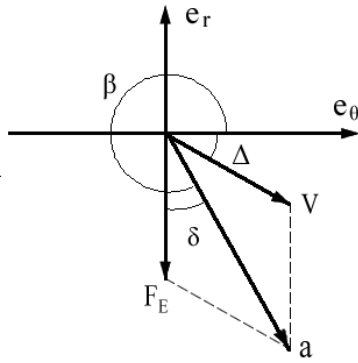


图 5 电子在向心力电场中不可能的相对论运动方式 2, 电子要辐射。

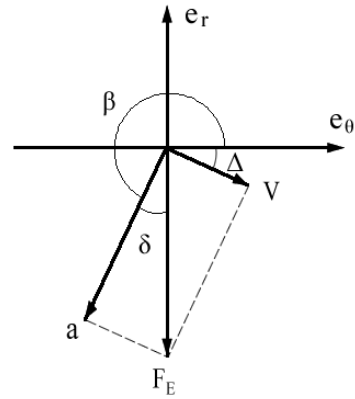


图 6 电子在向心力电场中可能的相对论的运动方式 2, 电子辐射。

此外如果  $\vec{V} \cdot \vec{a} = 0$ , 电子在有心力电场中做圆周运动, 也是不辐射的。事实上由于有  $\delta$  和  $\Delta$  两个自由度可供选择, 电子在有心力场中的相对论运动一般是可能的, 电子不需要辐射, 因此原子在一般情况下是稳定的。只有在电子非常接近原子核时, 运动才是不稳定需要辐射, 如韧致辐射。

## 6.2 辐射阻尼力

如果带电粒子在电场中运动不稳定, 它们就要辐射。考虑辐射阻尼力, 运动方程变为:

$$\frac{m_0 \vec{a}}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + \frac{m_0 \vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{a})/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = \vec{F}_E + \vec{F}_f = -\frac{qQ\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} + \vec{F}_f \quad (47)$$

设  $\vec{r}$  与  $\vec{F}_f$  的夹角是  $\varphi$ , 将  $\vec{r}$  叉乘上式, 与 (42) 式一致, 得:

$$-\frac{m_0 a \cos\beta}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - \frac{m_0 V^2 \cos\alpha \cos(\beta-\alpha)/c^2}{(1-V^2/c^2)^{3/2}} = F_f \sin\varphi \quad (48)$$

将  $\vec{r}$  点乘 (47) 式, 得:

$$\frac{m_0 a \cos(\beta - \pi/2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} + \frac{m_0 V^2 \cos(\pi/2 - \alpha) \cos(\beta - \alpha) / c^2}{(1 - V^2/c^2)^{3/2}} = F_E + F_f \cos \varphi \quad (49)$$

设  $\varphi = \pi/2 + \varepsilon$ ， $\varepsilon$  是一个很小的量，我们有  $\cos \varphi = -\sin \varepsilon = -\varepsilon$  和  $\sin \varphi = \cos \varepsilon = 1$ 。代入 (48) 和 (49) 式，得到：

$$F_f = -\frac{m_0 a \left[ (1 - V^2/c^2) \cos \beta + V^2/c^2 \cos \alpha \cos(\beta - \alpha) \right]}{(1 - V^2/c^2)^{3/2}} \quad (50)$$

$$\varepsilon F_f = -F_E + \frac{m_0 a \left[ -(1 - V^2/c^2) \sin \beta + V^2/c^2 \sin \alpha \cos(\beta - \alpha) \right]}{(1 - V^2/c^2)^{3/2}} \quad (51)$$

将 (50) 代入 (51) 式，求得加速度：

$$a = \frac{F_E (1 - V^2/c^2)^{3/2}}{m_0 \left[ (1 - V^2/c^2)(\varepsilon \cos \beta - \sin \beta) + V^2/c^2(\varepsilon \cos \alpha + \sin \alpha) \cos(\beta - \alpha) \right]} \quad (52)$$

如果  $\varepsilon = 0$ ，上式就是没有辐射时电子的加速度。对于近圆周运动，令  $\beta = 3\pi/2 \pm \delta$ ， $\delta$  和  $\alpha$  都是小量， $\cos \alpha = 1$ ， $\sin \alpha = \pm \Delta$ ， $\cos \beta = \pm \sin \delta \approx \pm \delta$ ， $\sin \beta = -\cos \delta \approx -1$ ， $\cos(\beta - \alpha) = \cos(3\pi/2 \pm \delta \pm \Delta) \approx \pm \delta \pm \Delta$ ，代入以上诸式，得：

$$a = \frac{F_E (1 - V^2/c^2)^{3/2}}{m_0 \left[ (1 - V^2/c^2)(\pm \varepsilon \delta + 1) + V^2/c^2(\pm \varepsilon \delta \mp \Delta)(\pm \delta \pm \Delta) \right]} \approx \frac{F_E \sqrt{1 - V^2/c^2}}{m_0} \quad (53)$$

结果与 (34) 式一致。与在磁场中运动一样，电子辐射时的运动轨道也存在由  $\pm \delta$  和  $\pm \Delta$  引起的振荡。

原子中电子绕核的轨道运动如果满足 (41) 式，由于不存在没有辐射项。尽管存在加速度，但电子的轨道运动是稳定性，不需要辐射。如果不是这样理解，按照现有的理论，就会出现原子不稳定的问题。将 (53) 式代入 (2) 式计算氢原子中基态电子的辐射功率，我们有：

$$P_{\perp} = \frac{q^6}{96\pi^3 \varepsilon_0^3 c^3 m_0^2 r^4 (1 - V^2/c^2)} \quad (54)$$

氢原子基态电子能量  $E_1 = 13.55 \text{ eV} = 2.17 \times 10^{-18}$  焦耳，其中一半是势能一半是动能。动能对应的速度是  $V/c = 5.14 \times 10^{-3}$ 。令  $r$  为第一波尔轨道半径，即  $r = 0.53 \times 10^{-10}$  米。代入上式计算，得  $P_{\perp} = 4.60 \times 10^{-8}$  瓦特。按此辐射功率，我们有  $E_1/P_{\perp} = 4.72 \times 10^{-9}$  秒，也就是说在基态电子在  $4.72 \times 10^{-9}$  秒内就会丧失全部能量，落到氢原子核上。然而原子实际上是稳定的，(54) 式的结果显然是不可能的。

也许有人认为，按照量子力学，原子中的电子没有确定的轨道，谈论电子绕核的轨道运动没有意义。但这种说法并没有解决问题，事实上我们可以考虑宏观电流圈，比如超导线圈电流的辐射。设有超导线圈有  $10^{10}$  个电子，同样设电子以  $0.00514c$  的速度绕半径为  $R = 0.05$  米的超导环运动。 $10^{10}$  个电子的总动能  $T = 1.09 \times 10^{-8}$  焦耳，电流强度  $I = 0.0031$  安培。电子的加速度  $a = V^2/R$ ，按 (2) 式计算，可得  $P_{\perp} = 1.84 \times 10^{-7}$  瓦特。按这种辐射功率，将  $10^{10}$  个电子的动能全部辐射掉花费的时间  $\Delta t = T/P_{\perp} = 0.059$  秒。然而我们知道，

超导线圈中电流是稳定的，根本不可能有这样大的辐射。

在加速器的同步光源中，我们用振荡器和扭摆器使电子产生辐射。振荡器和扭摆器必须用方向交替变化的磁场，不能用交替变化的电场，其道理就在此。在高速电子速度垂直的方向上施加周期电场，也会使电子的运动轨道发生摆动。然而如前所述，电子在自由空间中受周期电场作用的相对论运动是稳定的，就不需要辐射，我们不可能通过交替电场的作用来使自由电子产生激光。

### 6.3 韧致辐射

韧致辐射是电子经过原子核附近时，被原子核电场散射减速时发生的现象。从远处射向原子核的电子如果与原子核直接碰撞，电子与原子核中的质子相结合变成中子时也可能产生韧致辐射。在一般的情况下发生韧致辐射时，电子不是做直线运动，而是在原子核的有心电力场中做曲线运动。由于原子核带正电荷，电子接近原子核时先被加速，离开原子核时才被减速。

如图 7 所示，如果  $\alpha$  在第一象限，同时  $\alpha > \delta$ ，运动轨道是可能的和稳定的，电子不会辐射。其他情况下，电子的运动轨道不稳定要辐射。如果  $\alpha$  在第四象限，如图 8 所示，当  $\Delta > \delta$  时运动轨道是可能的和稳定的，电子不会辐射。其他情况下，电子的运动轨道不稳定要辐射，就是所谓的韧致辐射。

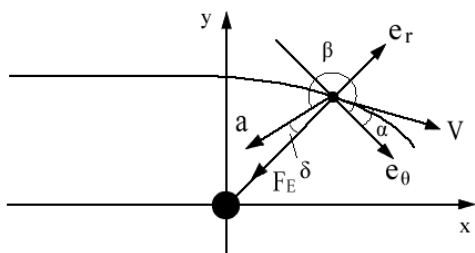


图 7. 电子与原子核碰撞产生韧致辐射 1

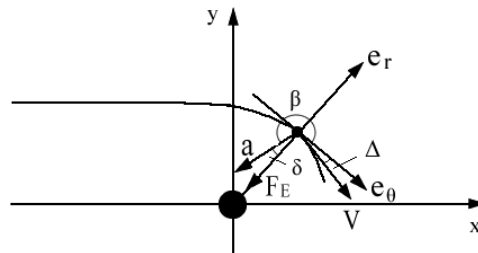


图 8. 电子与原子核碰撞产生韧致辐射 2

事实上除了前文谈到的天线辐射的本质是韧致辐射外，导体中电阻发热辐射也与韧致辐射有关。电流通过导体时，电子做匀速直线运动，但导体晶格上原子核做随机振动。电子在原子核电场中运动等价于原子核静止，电子做随机运动。由于电子接近原子核时，核电场对电子有加速和减速的作用，相对论运动的不稳定性也会导致某些电子产生韧致辐射。

## 7. 低辐射损耗同步回旋加速器的可能性

按前述讨论，电子在单纯的磁场中运动一般要辐射，真实的运动方程是 (36) 式，其中存在辐射阻尼力。如果我们在磁场运动方程中加上一个电场力  $\vec{F}_E$  代替辐射阻尼力  $\vec{F}_f$ ，就有可能使磁场中运动的电子不辐射。电子在电子感应加速器中的运动可能就是这种情况。如图 9 所示，设磁场沿  $z$  轴方向，磁力  $\vec{F}_B$  指向加速器的中心，磁感应强度随时间而变的激发电场力  $\vec{F}_E$  沿着电子运动速度方向<sup>(8)</sup>。因此电子在电子感应加速器中运动可能是稳定的，不需要辐射，这可能是布鲁埃特早年在电子感应加速器未能探测到电磁波幅射的原因。不论是无线电波还是可见光，在电子感应加速器中运动的电子可能都不辐射。

按照以上分析，我们就可以设计出无同步辐射的回旋加速器。现有同步回旋加速器的工作原理如图 10 所示，直线节部分用电场力加速电粒子，在转弯部分通过磁力作用维持圆周轨道不变。如果我们在回旋加速器的转弯部分加上与粒子运动速度方向相同或相反的电场力，就可能使带电粒子做稳定的圆周运动而不辐射。由此就能避免同步辐射导致的能量损失，在加速器半径较小的情况下，将粒子加速到高能量。

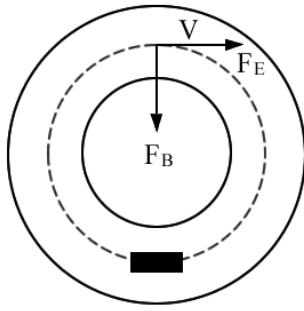


图 9. 电子感应加速器

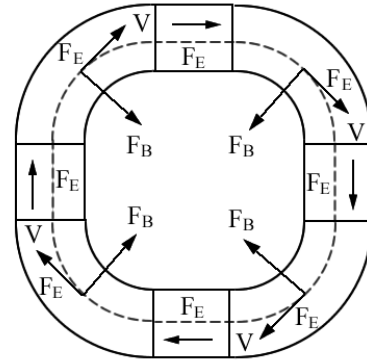


图 10. 无同步辐射损耗的回旋加速器

按照 (39) 式, 用电场力代替辐射阻尼力后, 我们有  $F_E = \pm \delta F_B$ , 或  $E = \pm \delta VB$ 。电子以近光速运动, 取磁场强度  $B = 1$  特斯拉, 就有  $E = \pm 3\delta \times 10^8$  伏/米。在电子辐射的情况下, 通过实验测定纵向振荡角  $\delta$ , 我们就可以确定用多大的电场力代替辐射阻尼力, 使电子不辐射。电场的方向应该正负交替改变, 使电子轨道只在圆周附近变化。

## 8. 结论

按照经典电磁理论, 带电粒子做加速运动时会产生电磁波辐射, 然而实际情况并不总是这样。实验证明在以下加速过程中, 带电粒子是不辐射的, 或者现有理论无法解释:

1. 带电粒子在均匀电场中做匀加速运动不辐射, 但高速运动带电粒子被金属靶减速时, 却会发出强烈的 X 射线辐射, 虽然在这两种情况下电子加速度的绝对值基本一样。
2. 直流电在圆形线圈 (包括低温超导线圈) 中运动不辐射, 交流电在直线传输过程中不辐射。
3. 无线电天线中, 如果参数选择不适当, 做周期加速运动的电子不辐射。
4. 电子绕原子核的轨道运动不辐射。
5. 在电子感应加速器中, 在低频波段上未现辐射。高频和可见光部分是否有辐射, 需要实验证实。

所有上述事实都证明, 加速度不是带电粒子产生辐射的本质原因。本文通过带电粒子在电磁场中运动的稳定性分析, 证明带电粒子是否辐射由相对论运动的稳定性决定的, 而不是由加速度决定的。在相对论运动方程中, 物体受力的形式是不能任意的。在某些条件下, 带电粒子的相对论运动在理论上是不可能的, 在实际过程中的运动就是不稳定的。此时带电粒子就必须通过辐射来改变其状态, 使之达到稳定的运动。只有在相对论运动不稳定的情况下, 带电粒子才遵守经典电磁辐射理论。

带电粒子在磁场中的运动是不稳定的, 一般要辐射。在电场中的运动可能是稳定的也可能是不稳定的, 可能辐射也可能不辐射。天线辐射的本质是韧致辐射。在电子感应加速器中, 由于受到纵向电场力和横向磁场力的同时作用, 电子的相对论轨道运动可以是稳定的, 电子可能不辐射。

在带电粒子辐射问题上, 我们应当改变思维方式。不是加速度导致带电粒子辐射, 而是带电粒子的辐射与加速度有关。如果带电粒子的相对论运动稳定, 做加速运动粒子是不辐射的。由于不辐射, 电磁理论中关于电磁辐射的公式不存在, 就无所谓加速度导致带电粒子辐射了。

带电粒子的相对论运动方程中必须加上辐射阻尼力, 才能正确描述有辐射的带电粒子在电磁场中的运动。由此就能得到逻辑一致, 且与实验完全符合的理论。只要在电子运动速度方向上加一个电场力, 就能

使磁场中电子的相对论运动达到稳定，从而使带电粒子不辐射，由此就有可能建造出高能无同步辐射损耗的回旋加速器。建议通过以下实验来证实本文的推论：

1. 弄清楚在电子感应加速器中运动的电子到底有没有远红光外至可见光范围的辐射，或者电磁辐射是否被大大地减弱。

2. 观察同步回旋加速器是否有无线电波段的电场辐射。如果无线电波段的辐射，就要问为什么电子感应加速器中没有低频辐射。

3. 用方向交替变化的电场代替磁场，观察能否产生自由电子激光。

4. 直接在现有同步回旋加速器的磁场转弯部分上施加方向交替变化的电场，观察同步辐射是否消失或者是否被减弱。

## 参考文献

1. 刘祖平，同步辐射光源物理引论，中国科技大学出版社，p.1, 10, 93, 2009.
2. John, P. Blewett, Radiation Losses in the Induction Electron Accelerator, Phys. Rev. 69, 87–95, 1946.  
刘祖平，同步辐射光源物理引论，中国科技大学出版社，p.17, 2009.
3. 洗鼎昌，神奇的光—同步辐射，湖南教育出版社，p.16, 1998.
4. 梅晓春，电磁推迟相互作用与光的高阶受激辐射和吸收过程的时间反演对称性破坏，中国科学 G，37 卷，5 期，2007. Mei Xiaochun, Science in China, Series G, Vol. 51, No. 3, 2008.
5. Mei Xiaochun, Electromagnetic Radiation, InTech Open Access, (ISBN 979-953-307-332-2), (2012).
6. Mei Xiaochun, Symmetry Violation of Time Reversal in Third Order Vertex Angle Normalization Process of Electromagnetic Interaction, Journal of Modern Physics, Vol. 4, No.1, 2012.
7. 曹昌祺，电动力学，人民教育出版社，1979.
8. 徐建铭，加速器原理，科学出版社，p. 94, 1981.