现有量子场论的 C, P, T 变换规则必须重新定义

梅 晓 春

（福州原创物理研究所）

内容摘要 本文证明现有量子场论的C,P,T变换规则存在不自洽的问题，需要予以重新定义。现有量子场论中有两种时间反演变换方案，第一种是 Wigner 变换，第二种是反幺正算符变换，它们被认为是等价的。本文讨论反幺正算符变换方案，指出旋量粒子的产生算符在时间反演后仍是产生算符，湮灭算符在时间反演后也仍是湮灭算符。然而按照正确的时间反演，粒子产生算符与湮灭算符应当互换。按反幺正算符变换方案，在动量空间对具体问题进行计算时，无法实现粒子产生与湮灭过程的反转。如果考虑到动量空间粒子产生与湮灭过程的反转，含有费米子传播函数的单个二阶电磁相互作用过程（如康普顿散射，正负电子湮灭等）会产生较大的时间反演对称性破坏，但这与粒子物理实验不符。**事实上作者此前已经证明，按照反幺正算符变换方案，电磁相互作用三阶顶角重整化过程破坏时间反演对称性**(1)**。只是对称性破坏程度很小，约在10^{-5}的数量级，现有实验无法观察到罢了。**在量子场论的C变换也存在类似的问题，旋量粒子产生和湮灭算符的C变换与旋量粒子动量空间外线因子的C变换不相容。可以得到粒子产生和湮灭算符的正确的C变换，却得不到动量空间外线因子$u_s(\bar{p})$和$v_s(\bar{p})$的正确的C变换。在量子场论的P变换中，横光子、纵光子的宇称定义为-1，但标量光子的宇称却定义为$+1$，这也是即不一致又不合理的。因此有必要重新定义量子场论的C,T变换规则，重建C,P,T变换理论。

关键词：量子场论，对称性，T 破坏，C，P 破坏，重整化

1. 前　　言

按目前物理学一般的理解，微观带电粒子电磁相互作用对时间反演是不变的。原因在于量子力学运动方程和电磁相互作用哈密顿量在时间反演下是不变的。另外我们知道，日常所见宏观物质系统演化过程遵守热力学第二定律，总是破坏时间反演对称性的。由于日常的宏观物质系统总是由大量的原子分子组成，而原子分子又由微观带电粒子组成。如果微观电磁循环作用过程具有时间反演对称性，从逻辑上推断宏观过程也应当具有时间反演对称性。这里存在的矛盾就是物理学史上著名的可逆性佯谬问题。这个问题长期以来一直困扰着物理学界，虽然目前也已提出许多理论解释，如粗粒化理论，混合流理论等等(2)，但都不能令人满意。考虑到自然规律的一致性，我们不禁要问，是否我们目前对微观过程时间反演对称性问题的理解存在根本性的偏差呢？

作者在已经发表的论文“电磁推迟相互作用与光的高阶受激辐射和吸收过程的时间反演对称性破坏”(3)中证明，尽管电磁相互作用哈密顿量在时间反演下保持不变，考虑到辐射场的推迟效应后，光的高阶受激辐射和受激吸收过程是破坏时间反演对称性的。产生时间反演对称性破坏的原因在于，束缚态原子不同能级间的跃迁要满足能量守恒关系，时间反演前后有效跃迁算符的作用存在不对称性，以及束缚态原子本身的某些特殊性质，导致某些跃迁子过程实际上被禁戒或实际上无法实现，从而使另外一些可实现的跃迁子过程的时间反演对称性被破坏，这些可实现的跃迁子过程就是我们

实际观察到的物理过程。这种时间反演对称性破坏出现在二阶过程，在电场强度较大时，对称性破坏的程度是较大的。

此外，作者在另外一篇论文“量子场论三阶顶角重整化过程的时间反演对称性破坏”[1]中证明，在量子场论三阶顶角重整化过程中同样存在时间反演对称性破坏。这情况有点类似于在规范场理论中，某些高阶重整化过程导致手征对称性异常破坏规范对称性[4]。只是这种对称性破坏很小，数量级约为10^{-5}。现有粒子物理学实验的精度约为10^{-3}，因此现有实验无法观察到。

关于电磁相互作用不可逆性最典型的例子是，电子在导体中运动时产生的电阻的热耗散现象，这是一个谁也无法否认的物理学事实！只是由于目前理论上认为微观电磁相互作用过程对时间反演是对称的，使得我们对这些对称性破坏现象视而不见罢了。事实上大量的实验表明，激光的产生和大多数非线性光学过程，如光学的倍频、和频、差频过程，光学双稳态过程[5]，光学自聚焦和自发散过程[6]，光回波现象[7]，以及光的自变透明和自变吸收[8]等等，都是破坏时间反演对称性的。

由此容易证明考虑到电磁推迟相互作用后，一般带电粒子间的散射等相互作用过程也可能是破坏时间反演对称性的。只是对称性破坏的程度较小，与v^3/c^3成正比，在10^{-5}的数量级。另外我们知道, 目前关于电磁相互作用对称性的实验精度都很低，最多只达到$10^{-2}\sim 10^{-3}$的数量级[9]。这种精度的实验是无法检验带微观带电粒子散射过程的时间反演对称性破坏的。由此我们需要更高精度的实验来，检验带电粒子间可能存在的时间反演对称性破坏。

本文中作者进一步指出，现有量子场论的C,P,T变换存在许多问题，需要进行重新定义。在后续的“一种更合理、更完美的C,P,T变换方案与量子场论高阶微扰重整化过程产生的C,P,T破坏”文中，作者提出一种新的C,P,T变换方案。按照新的变换方案，低级过程的C,P,T变换结果与现有量子场论的结果一致，但在高阶微扰重整化过程将出现数量级为10^{-5}的C,T破坏。由于C,T破坏完全互补，理论对CPT联合变换仍然是对称的。其结果可以使我们从微观相互作用的角度，彻底解决宏观物质系统演化过程的不可逆性起源问题，并有可能用此结果来解决宇宙演化过程中正反物质不对称的起源问题。

2. 反幺正算符时间反演方案存在的问题

1. 反幺正算符时间反演的定义

现有量子场论中有两种时间反演变换方案，第一种是 Wigner 变换，第二种是反幺正算符变换，它们被认为是等价的。由于反幺正算符变换方案是最常用的，本文主要讨论这种方案存在的问题，Wigner 变换存在的问题见附录。

反幺正算符时间反演方案将时间反演算符定义为$T=U_TK$。其中反幺正算符K只对 C 数作用，不对 q 数（算符）作用，定义为$K\alpha=\alpha^*K$，具有性质：

$$K\big(\alpha|\varphi\rangle+\beta|\psi\rangle\big)=\alpha^*K|\varphi\rangle+\beta^*K|\psi\rangle \tag{1}$$

$$\langle K\varphi|\psi\rangle=\langle\varphi|K^+\psi\rangle^*=\langle K^+\psi|\varphi\rangle \tag{2}$$

$$\langle K\varphi|K\psi\rangle=\langle\varphi|K^+K|\psi\rangle^*=\langle\varphi|\psi\rangle^*=\langle\psi|\varphi\rangle \tag{3}$$

而U_T则是么正算符，它的作用是使有关函数中的$t \to -t$。我们有$U_T^+ U_T = I$，或：

$$\langle U\varphi | U\psi \rangle = \langle \varphi | U^+ U | \psi \rangle = \langle \varphi | \psi \rangle \tag{4}$$

由于K是反幺正算符，时间反演算符$T = U_T K$被认为是反幺正的。

2. 电磁相互作用哈密顿量的时间反演

按反幺正算符时间反演方案，坐标空间中自由标量场、电磁场和旋量场算符的时间反演为[10]：

$$T\varphi(\vec{x},t)T^{-1} = \varphi(\vec{x},-t) \qquad TA_\mu(\vec{x},t)T^{-1} = -A_\mu(\vec{x},-t) \tag{5}$$

$$T\psi(\vec{x},t)T^{-1} = i\gamma_1\gamma_3\psi(\vec{x},-t) = \sigma_2\psi(\vec{x},-t) \tag{6}$$

$$T\overline{\psi}(\vec{x},t)T^{-1} = [\sigma_2\psi(\vec{x},-t)]^+\gamma_4 = \psi^+(\vec{x},-t)\sigma_2\gamma_4 \tag{7}$$

式中$\sigma_2 \sim \sigma_2 I = i\gamma_1\gamma_3$，$I$是$2\times 2$单位矩阵，$\sigma_2$是泡利矩阵，且有$\sigma_2^+ = \sigma_2$和$\sigma^2 = 1$。二次量子化后旋量场的形式是：

$$\psi(\vec{x},t) = \psi^{(-)}(\vec{x},t) + \psi^{(+)}(\vec{x},t) = \sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[b_s(\vec{p})u_s(\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}-Et)} + d_s^+(\vec{p})v_s(\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}\right] \tag{8}$$

$$\overline{\psi}(\vec{x},t) = \overline{\psi}^{(-)}(\vec{x},t) + \overline{\psi}^{(+)}(\vec{x},t) = \sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[d_s(\vec{p})\overline{v}_s(\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}-Et)} + b_s^+(\vec{p})\overline{u}_s(\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}\right] \tag{9}$$

式中$b_s^+(\vec{p})$是旋量正粒子的产生算符，$b_s(\vec{p})$是旋量正粒子的湮灭算符，$d_s^+(\vec{p})$是旋量反粒子的产生算符，$d_s(\vec{p})$是旋量正粒子的湮灭算符。$u_s(\vec{p})$是动量空间中湮灭正旋量粒子的外线因子，$v_s(\vec{p})$是动量空间中产生旋量反粒子的外线因子，$\overline{u}_s(\vec{p})$是动量空间中产生旋量正粒子的外线因子，$v_s(\vec{p})$是动量空间中湮灭旋量反粒子的外线因子。因此对于坐标空间中的旋量场，$\psi^{(-)}(\vec{x},t)$是湮灭旋量正粒子的算符，$\psi^{(+)}(\vec{x},t)$是产生旋量反粒子的算符，$\overline{\psi}^{(-)}(\vec{x},t)$是湮灭旋量反粒子的算符，$\overline{\psi}^{(+)}(\vec{x},t)$是产生旋量正粒子的算符。电磁相互作用哈密顿量为：

$$\mathcal{H}(\vec{x},t) = -\frac{ie}{2}A_\mu(\vec{x},t)\left[\overline{\psi}(\vec{x},t)\gamma_\mu\psi(\vec{x},t) + \psi^\tau(\vec{x},t)\gamma_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau(\vec{x},t)\right] \tag{10}$$

按以上定义，对上式进行时间反演，考虑到$TiT^{-1} = -i$，$T\gamma_\mu T^{-1} = \gamma_\mu^*$，$\sigma_2^2 = 1$，$\sigma_2\gamma_4\sigma_2 = \gamma_4$和$\sigma_2\gamma_\mu^*\sigma_2 = \gamma_\mu$，结果为[10],[11]：

$$T\,\mathcal{H}(\vec{x},t)T^{-1} = -\frac{ie}{2}A_\mu(\vec{x},-t)\left[\psi^+(\vec{x},-t)\sigma_2\gamma_4\gamma_\mu^*\sigma_2\psi(\vec{x},-t) - \psi^\tau(\vec{x},-t)\sigma_2^\tau\gamma_\mu\gamma_4\sigma_2^\tau\psi^{+\tau}(\vec{x},-t)\right]$$

$$= -\frac{ie}{2}A_\mu(\vec{x},-t)\left[\overline{\psi}(\vec{x},-t)\gamma_\mu\psi(\vec{x},-t) - \psi^\tau(\vec{x},-t)\gamma_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau(\vec{x},-t)\right] = \mathcal{H}(\vec{x},-t) \tag{11}$$

由于用$\mathcal{H}(\vec{x},-t)$计算跃迁几率与用$\mathcal{H}(\vec{x},t)$计算的结果是一样，在这种意义上我们说电磁相互作用过程对时间反演保持不变。然而这种时间反演方案也存在许多问题，以下来详细讨论。

3. 粒子产生和湮灭算符的时间反演

首先，按（6）式的定义，我们不可能得到粒子产生和湮灭算符的正确的时间反演。将（6）式两边同乘σ_2，得：

$$\sigma_2 T\psi(\vec{x},t)T^{-1}=\psi(\vec{x},-t) \tag{12}$$

按（8）式，我们有：

$$\psi(\vec{x},-t)=\sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[b_s(\vec{p})\,u_s(\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}+Et)}+d_s^+(\vec{p})v_s(\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}+Et)}\right]$$

$$=\sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[b_s(-\vec{p})\,u_s(-\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}+d_s^+(-\vec{p})v_s(-\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}\right] \tag{13}$$

式中已考虑到对$\vec{p}$求和与对$-\vec{p}$求和的结果是一样的。量子场论中可以证明[10]：

$$\sigma_2 u_s(\vec{p})=i\gamma_1\gamma_3 u_s(\vec{p})=u_s^*(-\vec{p}) \qquad \sigma_2 v_s(\vec{p})=i\gamma_1\gamma_3 v_s(\vec{p})=v_s^*(-\vec{p}) \tag{14}$$

利用（14）式可得$\sigma_2 u_s^*(\vec{p})=u_s(-\vec{p})$ 和 $\sigma_2 v_s^*(\vec{p})=v_s(-\vec{p})$ 。考虑到$T\alpha T^{-1}=\alpha^*$，就有：

$$\sigma_2 T\psi(\vec{x},t)T^{-1}=\sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[Tb_s(\vec{p})T^{-1}\sigma_2 u_s^*(\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}+Td_s^+(\vec{p})T^{-1}\sigma_2 v_s^*(\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}\right]$$

$$=\sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[Tb_s(\vec{p})T^{-1}u_s(-\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}+Td_s^+(\vec{p})T^{-1}v_s(-\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}\right] \tag{15}$$

至于时间反演后为何上式第一个等式右边波函数$u_s(\vec{p})$和$v_s(\vec{p})$中的$\vec{p}$，以及e指数中的$\vec{p}$和t不改变符号，现有理论没有做任何解释。考虑到（12）式，将（13）式和（15）式进行比较，就得到粒子产生和湮灭算符的时间反演：

$$Tb_s(\vec{p})T^{-1}=b_s(-\vec{p}) \qquad Td_s^+(\vec{p})T^{-1}=d_s^+(-\vec{p}) \tag{16}$$

上式是按现有量子场论的反幺正算符时间反演方案导出的。其结果是，旋量粒子的产生算符时间反演后仍是产生算符，湮灭算符时间反演后也仍是湮灭算符，只是动量反向。在讨论自由粒子波函数的时间反演变换时，由于不存在粒子的产生和湮灭，这样的结果是可以接受的。但在量子场论里，我们实际上是在相互作用表象中用自由粒子的波函数来构造相互作用哈密顿量。由于在相互作用过程中存在粒子的产生与湮灭，时间反演下粒子的产生算符应变为湮灭算符，湮灭算符应变为产生算符，同时动量反向。真正的时间反演应当定义为：

$$Tb_s(\vec{p})T^{-1}=b_s^+(-\vec{p}) \qquad Td_s^+(\vec{p})T^{-1}=d_s(-\vec{p}) \tag{17}$$

显然（17）式不是粒子产生和湮灭算符的真实的时间反演。按（5）式的定义，二次量子化后标量场φ和电磁场A_μ的时间反演也存在相同的问题，即时间反演后标量粒子和光子的产生算符仍然是产生算符，湮灭算符仍然是湮灭算符，只是将粒子的动量反转，此处就不赘述。

事实上如果严格按时间反演定义，（15）式中除了取复共轭外还应当令$t\to -t$，$\vec{p}\to-\vec{p}$，得：

$$\sigma_2 T\psi(\vec{x},t)T^{-1}=\sum_{\vec{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[Tb_s(\vec{p})T^{-1}\sigma_2 u_s^*(-\vec{p})e^{i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}+Td_s^+(\vec{p})T^{-1}\sigma_2 v_s^*(-\vec{p})e^{-i(\vec{p}.\vec{x}-Et)}\right]$$

$$=\sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[Tb_s(\bar{p})T^{-1}u_s(-\bar{p})e^{i(\bar{p}.\bar{x}-Et)}+Td_s^+(\bar{p})T^{-1}v_s(-\bar{p})e^{-i(\bar{p}.\bar{x}-Et)}\right] \tag{18}$$

与（13）式比较，我们只能得到：

$$u_s(-\bar{p})=v_s(-\bar{p}) \qquad \text{或} \qquad u_s(\bar{p})=v_s(\bar{p}) \tag{19}$$

$$Tb_s(\bar{p})T^{-1}=d_s^+(-\bar{p}) \qquad Td_s^+(\bar{p})T^{-1}=b_s(-\bar{p}) \tag{20}$$

结果是动量空间正反旋量粒子的波函数相等，同时旋量正粒子的湮灭算符变成旋量反粒子的产生算符，旋量反粒子的产生算符变成旋量正粒子的湮灭算符，这样的结果显然也是不可接受的。因此现有量子场论的反幺正算符时间反演的定义也是存在严重的缺陷的。

4. 动量空间康普顿散射过程的时间反演

除此之外还可以证明，按（5）~（7）式的定义，在动量空间进行计算时不能体现过程的反转，实际上不是真正的时间反演。以下我们来讨论这个问题。（11）式的证明在坐标空间中进行，其中没有考虑相互作用过程电子和光子内部传播线的存在对时间反演的影响。而（11）式的相互作用哈密顿量实际上包括了电磁相互作用的所有过程，如电子－电子散射，正电子－正电子散射，电子－正电子产生与湮灭，电子－光子散射，正电子－光子散射等。也就是说（11）式的结果表示的是，对于所有过程的总和而言，电磁相互作用在时间反演保持不变。然而我们知道，这些过程一般不会全部同时发生。我们需要了解其中某些单独具体过程的跃迁几率及其时间反演。我们一般都在动量空间计算单个具体过程的跃迁几率，其中会涉及电子和光子相互作用过程内部传播线的作用。以下以电子－光子间的二阶康普顿散射过程为例进行讨论，其过程为：

$$\begin{matrix} e^- & + & \gamma & = & e^- & + & \gamma \\ (p,r) & & (k,\sigma) & & (q,s) & & (l,\rho) \end{matrix}$$

为简单起见，不考虑全同粒子的干涉。略去不变因子，以上二阶过程在动量空间的几率振幅为[11]：

$$S\sim -i\bar{u}_s(\bar{q})\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\gamma_\nu\frac{m-iQ_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})\,u_r(\bar{p}) \tag{21}$$

式中四维动量$Q=p+k$。按现有变换理论，时间反演下有$i\to -i$，$\bar{k}\to-\bar{k}$，$k_\mu=(\bar{k},\ ik_0)\to -k_\mu$，$\bar{Q}\to-\bar{Q}$和$Q_\mu=(\bar{Q},\ iQ_0)\to -Q_\mu$。因此在时间反演下就有：

$$T(iQ_\alpha\gamma_\alpha)T^{-1}=-i(-\bar{Q}\cdot\bar{\gamma},\ iQ_0\gamma_4)^*=iQ_\alpha\gamma_\alpha^* \tag{22}$$

如果按（6）式将动量空间旋量场波函数的时间反演也定义为：

$$Tu_s(\bar{p})T^{-1}=i\gamma_1\gamma_3u_s(\bar{p})=\sigma_2u_s(\bar{p}) \qquad T\bar{u}_s(\bar{p})T^{-1}=u_s^+(\bar{p})\sigma_2\gamma_4 \tag{23}$$

动量空间电磁场的时间反演定义为：

$$T\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})T^{-1}=-\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k}) \tag{24}$$

利用以上两式和关系$\sigma_2\gamma_4=\gamma_4\sigma_2$，$\sigma_2\gamma_\mu^*\sigma_2=\gamma_\mu$，可得（21）式的时间反演：

$$S_T = TST^{-1} \sim iu_s^+(\bar{q})\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\sigma_2\gamma_4\gamma_\nu^* \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha^*}{Q^2+m^2}\gamma_\mu^*\sigma_2\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})u_r(\bar{p})$$

$$= iu_s^+(\bar{q})\gamma_4\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\sigma_2\gamma_\nu^*\sigma_2 \frac{m - iQ_\alpha\sigma_2\gamma_\alpha^*\sigma_2}{Q^2+m^2}\sigma_2\gamma_\mu^*\sigma_2\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})u_r(\bar{p})$$

$$= i\bar{u}_s(\bar{q})\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\gamma_\nu \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})u_r(\bar{p}) = -S \qquad (25)$$

因此就有 $S_T^+ S_T = S^+ S$，跃迁几率密度在时间反演下是不变的。

然而（25）式实际上并不是（21）式的真正的时间反演，因为它没有反映时间反演后实际存在的，粒子的产生和湮灭过程的反转。在量子场论中我们知道，由（21）式描述的过程表示的是，在时空点 x_1 湮灭一个动量为 $\bar{p}$ 的电子（用 $u_r(\bar{p})$ 表示）和一个动量为 $\bar{k}$ 的光子（用 $\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})$ 表示），在时空点 x_2 产生一个动量为 $\bar{q}$ 的电子（用 $\bar{u}_s(\bar{q})$ 表示）和一个动量为 $\bar{l}$ 的光子（用 $\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})$ 表示）的过程。此过程的时间反演应当是，在时空点 x_2 湮灭一个动量为 $-\bar{q}$ 的电子（用 $u_s(-\bar{q}) = u_s(\bar{q})$ 表示）和一个动量为 $-\bar{l}$ 的光子（用 $-\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})$ 表示），在时空点 x_1 产生一个动量为 $-\bar{p}$ 的电子（用 $\bar{u}_r(-\bar{p}) = \bar{u}_r(\bar{p})$ 表示）和一个为动量为 $-\bar{k}$ 的光子（用 $-\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})$ 表示）的过程。但（25）表示的不是这种过程，它并没有将粒子的产生与湮灭过程反转。

在（15）式的变换中，我们实际上默认动量空间旋量场的时间反演变换为：

$$Tu_s(\bar{p})T^{-1} = u_s^*(\bar{p}) \qquad Tv_s(\bar{p})T^{-1} = v_s^*(\bar{p}) \qquad (26)$$

可得：

$$T\bar{u}_s(\bar{p})T^{-1} = [u_s^*(\bar{p})]^+\gamma_4 = u_s^\tau(\bar{p})\gamma_4 \qquad T\bar{v}_s(\bar{p})T^{-1} = [v_s^*(\bar{p})]^+\gamma_4 = v_s^\tau(\bar{p})\gamma_4 \qquad (27)$$

以下证明如果在（25）式的计算中采用（26）和（27）式，就能满足时间反演下粒子产生与湮灭过程反转的要求。跃迁几率在时间反演下不能保持不变，含有费米子内部传播线的二阶过程和三阶顶角重整化过程都将不再具有时间反演对称性。我们有：

$$\bar{\gamma}_\mu = \gamma_4\gamma_\mu\gamma_4 = (-\gamma_1, -\gamma_2 - \gamma_3, \gamma_4) = (-\bar{\gamma}, \gamma_4) \qquad (28)$$

令： $\overline{Q}_\mu = (-\bar{Q},\ Q_4)$ 有： $Q_\mu\bar{\gamma}_\mu = (-\bar{Q}\cdot\bar{\gamma},\ Q_4\gamma_4) = \overline{Q}_\mu\gamma_\mu$ （29）

考虑（26）~（29）式，在式中插入 $\gamma_4^2 = 1$，（21）式的时间反演就变为：

$$S_T \sim iu_s^\tau(\bar{q})\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\gamma_4\gamma_\nu^* \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha^*}{Q^2+m^2}\gamma_\mu^*\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})\ u_r^*(\bar{p})$$

$$= iu_r^{*\tau}(\bar{p})\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})\gamma_4^2\gamma_\mu^+\gamma_4^2 \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha^+}{Q^2+m^2}\gamma_4^2\gamma_\nu^+\gamma_4\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\ u_s(\bar{q})$$

$$= i\bar{u}_r(\bar{p})\varepsilon_\mu^\sigma(\bar{k})\bar{\gamma}_\mu \frac{m - i\overline{Q}_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\bar{\gamma}_\nu\varepsilon_\nu^\rho(\bar{l})\ u_s(\bar{q}) \qquad (30)$$

显然按照上式，时间反演后粒子产生与湮灭过程反转，可以代表（21）式的时间反演。考虑到

$(iQ_\alpha\gamma_\alpha)^+ = -i(\vec{Q}\cdot\vec{\gamma},\ -iQ_0\gamma_4) = iQ_\alpha\bar{\gamma}_\alpha = i\overline{Q}_\alpha\gamma_\alpha$，$(i\overline{Q}_\alpha\gamma_\alpha)^+ = iQ_\alpha\gamma_\alpha$ $\gamma_4\bar{\gamma}_\alpha\gamma_4 = \gamma_\alpha$，$\bar{\gamma}_\mu^+ = \bar{\gamma}_\mu$，（21）和（30）式的复共轭分别为：

$$S^+ \sim iu_r^+(\vec{p})\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})\gamma_\mu \frac{m - iQ_\alpha\bar{\gamma}_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_\nu\gamma_4\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\,u_s(\vec{q})$$

$$= iu_r^+(\vec{p})\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})\gamma_4^2\gamma_\mu\gamma_4^2 \frac{m - iQ_\alpha\bar{\gamma}_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_4^2\gamma_\nu\gamma_4\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\,u_s(\vec{q})$$

$$= i\bar{u}_r(\vec{p})\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})\bar{\gamma}_\mu \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\bar{\gamma}_\nu\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\,u_s(\vec{q}) \tag{31}$$

$$S_T^+ \sim -iu_s^+(\vec{q})\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\bar{\gamma}_\nu^+ \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\bar{\gamma}_\mu^+\varepsilon_\mu^\nu(\vec{k})\,\gamma_4 u_r(\vec{p})$$

$$= -iu_s^+(\vec{q})\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\gamma_4^2\bar{\gamma}_\nu\gamma_4^2 \frac{m - iQ_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_4^2\bar{\gamma}_\mu\varepsilon_\mu^\nu(\vec{k})\,\gamma_4 u_r(\vec{p})$$

$$= -i\bar{u}_s(\vec{q})\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\gamma_\nu \frac{m - i\overline{Q}_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})\,u_r(\vec{p}) \tag{32}$$

将 S_T 与 S^+ 比较（或将 S_T^+ 与 S 比较），可知二者存在 Q_μ 与 $\overline{Q}_\mu$ 的差别（或 $-\vec{Q}$ 与 $\vec{Q}$ 的差别），我们只有在 S^+S 中令 $Q_\mu \to \overline{Q}_\mu$（或 $\vec{Q} \to -\vec{Q}$）才能使二者相等。而 $-\vec{Q}$ 与 $\vec{Q}$ 的差别会使得 $S_T^+S_T \neq SS^+$（S_T 和 S^+ 是复数不是矩阵，我们有 $S^+S = SS^+$），跃迁几率密度在时间反演下就不能保持不变。

为了更清楚的看出时间反演对称性破坏的程度，需要进行具体计算。现有的康普顿散射公式是在设初态电子静止动量，$\vec{p} = 0$ 的特殊情况下给出的。这样可以大大地简化计算，但不能完整地表达时间反演对称性的破坏，因此以下在 $\vec{p} \neq 0$ 的情况下进行计算。设电子静止质量为 m，初态电子能量为 E_p，初态光子的能量和动量为 ω_κ 和 $\vec{k}$，末态光子的能量和动量为 ω_l 和 $\vec{l}$。令：

$$\overline{R} = e_\mu^\sigma(\vec{k})\gamma_\mu k'_\alpha\gamma_\alpha e_\nu^\rho(\vec{l})\gamma_\nu = \hat{e}^\sigma(\vec{k})\,\hat{k}'\hat{e}^\rho(\vec{l}) \qquad R = e_\nu^\rho(\vec{l})\gamma_\nu k'_\alpha\gamma_\alpha e_\mu^\sigma(\vec{k})\gamma_\mu = \hat{e}^\rho(\vec{l})\,\hat{k}'\hat{e}^\sigma(\vec{k}) \tag{33}$$

时间反演前在上式中取 $k'_\alpha = k_\alpha$，时间反演后取 $k'_\alpha = \bar{k}_\alpha = (-\vec{k},\ ik_0)$。利用方程 $(i\hat{p}+m) = 0$，考虑到过程能量动量守恒 $q = p + k - l$，在对初态电子自旋求平均，对末态电子自旋求和后，可得跃迁几率：

$$S^+S \sim \frac{1}{2(Q^2+m^2)^2}\sum_{s=1}^{2}\sum_{r=1}^{2}\left|\bar{u}_s(q)Ru_r(p)\right|^2$$

$$= \frac{1}{4(p\cdot k)^2}Tr(\hat{p}+im)\overline{R}(\hat{q}+im)R = \frac{1}{4(p\cdot k)^2}(A_1 + A_2) \tag{34}$$

其中：

$$A_1 = Tr\hat{p}\hat{e}^\sigma(\vec{k})\,\hat{k}'\hat{e}^\rho(\vec{l})\hat{p}\hat{e}^\rho(\vec{l})\,\hat{k}\hat{e}^\sigma(\vec{k}) + m^2Tr\overline{R}R \tag{35}$$

$$A_2 = Tr\hat{p}\hat{e}^\sigma(\vec{k})\,\hat{k}'\hat{e}^\rho(\vec{l})(\hat{k}-\hat{l})\,\hat{e}^\rho(\vec{l})\hat{k}'\hat{e}^\sigma(\vec{k}) \tag{36}$$

利用求迹公式：

$$TrP_1\gamma_{\mu 1}P_2\gamma_{\mu 2}P_3\gamma_{\mu 3}\cdots P_{n-1}\gamma_{\mu\, n-1}P_n\gamma_{\mu\, n}=P_1\cdot P_2 TrP_3\gamma_{\mu 3}\cdots P_{n-1}\gamma_{\mu\, n-1}P_n\gamma_{\mu\, n}$$

$$-P_1\cdot P_3 TrP_2\gamma_{\mu 2}\cdots P_{n-1}\gamma_{\mu\, n-1}P_n\gamma_{\mu\, n}\cdots+P_1\cdot P_n TrP_2\gamma_{\mu 2}\cdots P_{n-1}\gamma_{\mu\, n-1} \quad (n\text{是偶数}) \tag{37}$$

直接进行计算，可得：

$$A_1=8(p\cdot k')^2+32p_\mu k'_\nu p_\alpha k'_\beta e^\sigma_\mu(\vec{k})e^\sigma_\nu(\vec{k})e^\rho_\alpha(\vec{l})e^\rho_\beta(\vec{l})-24p\cdot k'\,p_\mu k'_\nu e^\sigma_\mu(\vec{k})e^\sigma_\nu(\vec{k}) \tag{38}$$

$$A_2=8p\cdot k'k'\cdot(k-l)+4k'\cdot(k-l)p_\mu k'_\alpha\; e^\sigma_\mu(\vec{k})e^\sigma_\nu(\vec{k})e^\rho_\nu(\vec{l})e^\rho_\alpha(\vec{l})$$

$$-16k'\cdot(k-l)p_\mu k'_\nu\; e^\sigma_\mu(\vec{k})e^\sigma_\nu(\vec{k})-16k'\cdot(k-l)p_\mu k'_\nu\; e^\rho_\mu(\vec{l})e^\rho_\nu(\vec{l})$$

$$+32p_\mu k'_\nu\; k'_\alpha\cdot(k_\beta-l_\beta)\; e^\sigma_\mu(\vec{k})e^\sigma_\nu(\vec{k})e^\rho_\alpha(\vec{l})e^\rho_\beta(\vec{l}) \tag{39}$$

利用以下公式对初态光子极化求平均，对末态光子极化求和，有：

$$\sum_{\sigma=1}^{2}e^\sigma_\mu(\vec{k})e^\sigma_\nu(\vec{k})=\delta_{\mu\nu}-\frac{1}{\omega_k^2}\left[k_\mu k_\nu-i\omega_k(k_\mu\delta_{\nu 4}+k_\nu\delta_{\mu 4})\right] \tag{40}$$

$$\sum_{\rho=1}^{2}e^\rho_\mu(\vec{l})e^\rho_\nu(\vec{l})=\delta_{\mu\nu}-\frac{1}{\omega_l^2}\left[l_\mu l_\nu-i\omega_l(l_\mu\delta_{\nu 4}+l_\nu\delta_{\mu 4})\right] \tag{41}$$

考虑到$Q^2+m^2=2(p\cdot k)^2$，最后得到：

$$S^+S\sim\frac{1}{8(p\cdot k)^2}\Big[16(p\cdot k')^2-12p\cdot k'k'\cdot(k-l)-8p\cdot k'(B_1+4B_2+4B_3+4B_4)$$

$$+k'\cdot k(12B_1-5B_2+B_5+1)+32B_1B_2\Big] \tag{42}$$

其中：

$$B_1=\frac{1}{\omega_k^2}\left[p\cdot k\; k'\cdot k+\omega_k(p\cdot k\omega_k+k'\cdot kE_p)\right]$$

$$B_2=\frac{1}{\omega_l^2}\left[p\cdot l\; k'\cdot l+\omega_l(p\cdot l\omega_l+k'\cdot lE_p)\right] \tag{43}$$

$$B_3=\frac{1}{\omega_k^2}\left\{k'\cdot l-\omega_k\left[\;k'\cdot k(\omega_k-\omega_l)+k\cdot l\omega_k\right]\right\}$$

$$B_4=\frac{1}{\omega_k^2}\left[k'\cdot l\; k\cdot l+\omega_k\omega_l(k\cdot l+k'\cdot l)\right] \tag{44}$$

$$B_5=\frac{1}{\omega_k^2\omega_l^2}\left\{p\cdot kk'\cdot l\; k'\cdot l++\omega_k\omega_l p\cdot k(k'\cdot l\omega_k+k\cdot l\omega_k)+\omega_k\left[\;p\cdot k\; k'\cdot l\omega_l+k\cdot l\; k'\cdot lE_p\right]\right.$$

$$-\omega_k\omega_l\Big(p\cdot k\,k'\cdot l-p\cdot k\omega_l\omega_k-k'\cdot l\omega_l\omega_k-k\cdot l\omega_l\omega_k\Big)\ \Big\}\qquad(45)$$

在结果中令 $k'_\alpha=k_\alpha$ 得到时间反演前的跃迁几率，令 $k'_\alpha=\bar{k}_\alpha$ 得到时间反演后的跃迁几率。二者显然不一样，我们有 $S^+S\neq S_T^+S_T$。对于康普顿散射过程，我们还要考虑全同粒子的干涉效应，但这不会改变时间反演对称性破坏的结果。为了更清楚地看出对称性破坏的程度，我们做以下估算。（42）式中第一项和最后一项中包含 $p^2\sim m^2$，低能条件下这是主项。我们仅讨论第一项的时间反演对称性破坏，时间反演前后的跃迁几率为：

$$S^+S\sim\frac{(\vec{p}\cdot\vec{k}-E_p\omega_k)^2}{(\vec{p}\cdot\vec{k}-E_p\omega_k)^2}\qquad\qquad S_T^+S_T\sim\frac{(\vec{p}\cdot\vec{k}+E_p\omega_k)^2}{(\vec{p}\cdot\vec{k}-E_p\omega_k)^2}\qquad(46)$$

跃迁几率时间反演对称性破坏的程度可以用下式表示：

$$\beta=\frac{S_T^+S_T-S^+S}{S^+S}\sim\frac{4E_p\omega_k\vec{p}\cdot\vec{k}}{\left(\vec{p}\cdot\vec{k}-E_p\omega_k\right)^2}\qquad(47)$$

低能条件下 $|\vec{p}|<<E_p$，就有 $\beta\sim4\vec{p}\cdot\vec{k}/E_p\omega_k<<1$，因此在低能条件下时间反演对称性破坏很小。若初态电子静止，则有 $E_p=m$ 和 $\vec{p}=0$，就有 $\beta=0$，即主项的时间反演对称性破坏为零。此时时间反演对称性破坏由其他项引起，这也是我们要在 $\vec{p}\neq0$ 的情况下讨论问题的原因，否则就无法得到完整的对称性破坏。而在高能条件下当 $|\vec{p}|\sim E_p$ 时，β 可能为极大。二阶康普顿散射过程的时间反演对称性破坏很大，这个结果显然与至今的粒子物理学实验不一致。对于电磁相互作用的低阶过程，大的时间反演对称性破坏实际上是不可能的。

由于同样的理由，考虑到粒子产生与湮灭过程的反转后，其它包含费米子内部传播线的二阶电磁相互作用过程，如负电子与光子的散射和正负电子的湮灭等，都是破坏时间反演对称性的。当然，这样的结果是不可能接受的。而包含光子传播线的二阶电磁相互作用过程，如电子—电子散射过程和正电子—正电子散射过程等，不存在这种时间反演对称性破坏。

因此按现有量子场论的反幺正算符时间反演变换，除了不能得到粒子的产生和湮灭算符正确的反演不正确外，还会导致跃迁几率计算结果的唯一性被破坏。按（25）式计算，虽然保持时间反演对称性，但没有过程的反转，不代表真实的时间反演。按（32）计算，存在过程的反转，代表真实的时间反演过程，但低阶过程却破坏时间反演对称性。因此现有量子场论的反幺正算符时间反演变换方案也不可能是正确的。

3. 现有量子场论的 C 变换存在的问题

按目前量子场论，电磁场、赝标量场和旋量场的 C 变换定义为：

$$CA(x)C^{-1}=-A(x)\qquad C\varphi(x)C^{-1}=\varphi^+(x)\qquad C\varphi^+(x)C^{-1}=\varphi(x)\qquad(48)$$

$$C\psi(x)C^{-1}=\psi_c(x)=\gamma_2\gamma_4\overline{\psi}^\tau(x)=\gamma_2\psi^*(x)$$

$$C^{-1}\overline{\psi}(x)C^{-1}=\overline{\psi}_c(x)=\left[\gamma_2\psi^*(x)\right]^+\gamma_4=\psi^\tau(x)\gamma_2\gamma_4\qquad(49)$$

以下证明按（48）式的定义会导致不自洽的结果，即旋量粒子产生和湮灭算符的 C 变换与旋量粒子

动量空间外线因子的C变换不相容。按（48）式的定义，利用关系[(2)]：

$$\gamma_2 u_s^*(\bar{p}) = v_s(\bar{p}) \qquad\qquad \gamma_2 v_s^*(\bar{p}) = u_s(\bar{p}) \tag{50}$$

我们有：

$$\gamma_2\psi^*(x) = \sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[\gamma_2 u_s^*(\bar{p}) b_s^*(\bar{p}) e^{-ip\cdot x} + \gamma_2 v_s^*(\bar{p})(d_s^+)^*(\bar{p}) e^{ip\cdot x}\right]$$

$$= \sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[v_s(\bar{p}) b_s^+(\bar{p}) e^{-ip\cdot x} + u_s(\bar{p}) d_s(\bar{p}) e^{ip\cdot x}\right] \tag{51}$$

上式中我们实际上也令$b_s^*(\bar{p}) = b_s^+(\bar{p})$，$(d_s^+)^*(\bar{p}) = d_s(\bar{p})$，其物理意义也是不明确的。另一方面，我们又有：

$$\psi_c(x) = C\psi(x)C^{-1} = \sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[Cu_s(\bar{p})C^{-1}Cb_s(\bar{p})C^{-1}e^{ip\cdot x} + Cv_s(\bar{p})C^{-1}Cd_s^+(\bar{p})C^{-1}e^{-ipx}\right] \tag{52}$$

再按（2.98）式将以上两式进行对照，就得到：

$$Cb_s(\bar{p})C^{-1} = d_s(\bar{p}) \qquad\qquad Cd_s^+(\bar{p})C^{-1} = b_s^+(\bar{p}) \tag{53}$$

$$Cu_s(\bar{p})C^{-1} = u_s(\bar{p}) \qquad\qquad Cv_s(\bar{p})C^{-1} = v_s(\bar{p}) \tag{54}$$

C变换将湮灭一个正费米子的算符$b_s(\bar{p})$变成湮灭一个反费米子的算符$d_s(\bar{p})$，将产生一个反费米子的算符$d_s^+(\bar{p})$变换成产生一个正费米子的算符$b_s^+(\bar{p})$，这是正确的。问题在于按（2.79）式C变换下$u_s(\bar{p})$和$v_s(\bar{p})$都是不变的，这就不正确了。因为$u_s(\bar{p})$是动量空间中湮灭正费米子的外线因子，在C变换下应当变成湮灭反费米子的外线因子$\bar{v}_s(\bar{p})$。$v_s(\bar{p})$是动量空间中产生反费米子的外线因子，在C变换下应当变成产生正费米子的外线因子$\bar{u}_s(\bar{p})$。也就是说在C变换下应当有：

$$Cu_s(\bar{p})C^{-1} = \bar{v}_s(\bar{p}) \qquad\qquad Cv_s(\bar{p})C^{-1} = \bar{u}_s(\bar{p}) \tag{55}$$

在现有量子场论中，对动量空间具体问题进行计算时，我们实际上用的是（55）式的关系，高阶微扰相互作用在C变换下是不变的。但如果按（55）式，我们就得不到（53）式，费米子产生和湮灭算符的C变换就会出问题。也就是说，旋量粒子产生和湮灭算符的C变换与旋量粒子动量空间外线因子的C变换不相容。因此现有量子场论中的C变换实际上是不自洽的，虽然在实际具体问题中，物理学家们似乎都能按正确的方式计算C变换。

4. 现有量子场论的 P 变换存在的问题

按目前的理论，在P变换下$\bar{x} \to -\bar{x}$，$\bar{k} \to -\bar{k}$，$\bar{p} \to -\bar{p}$，$k_\mu \to (-\bar{k}, ik_0) = \bar{k}_\mu$，$p_\mu \to \bar{p}_\mu$，粒子螺旋度$s \to -s$。在目前的量子场论中赝标量场、旋量场和电磁场的$P$变换定义为：

$$P\varphi(\bar{x},t)P^{-1} = -\varphi(-\bar{x},t) = -\varphi(\bar{x}) \qquad\qquad P\varphi^+(\bar{x},t)P^{-1} = -\varphi^+(-\bar{x},t) = -\varphi^+(\bar{x}) \tag{56}$$

$$P\psi(\bar{x},t)P^{-1} = \gamma_4\psi(-\bar{x},t) = \gamma_4\psi(\bar{x}) \qquad\qquad P\overline{\psi}(\bar{x},t)P^{-1} = \overline{\psi}(-\bar{x},t)\gamma_4 = \overline{\psi}(\bar{x})\gamma_4 \tag{57}$$

$$P\vec{A}(\vec{x},t)P^{-1}=-\vec{A}(-\vec{x},t)=-\vec{A}(\vec{x}) \qquad PA_4(\vec{x},t)P^{-1}=A_4(-\vec{x},t)=A_4(\vec{x}) \tag{58}$$

我们可以将（58）式简写为 $PA_\mu(x)P^{-1}=\overline{A}_\mu(\vec{x})$。在动量空间的 P 变换下，我们有：

$$P\varepsilon_i^1(\vec{k})P^{-1}=-\varepsilon_i^1(\vec{k}) \qquad P\varepsilon_i^2(\vec{k})P^{-1}=-\varepsilon_i^2(\vec{k})$$

$$P\varepsilon_i^3(\vec{k})P^{-1}=-\varepsilon_i^3(\vec{k}) \qquad P\varepsilon_4^4(\vec{k})P^{-1}=\varepsilon_4^4(\vec{k}) \tag{59}$$

$$Pu_s(\vec{p}_1)P^{-1}=\gamma_4 u_{-s}(-\vec{p}_1) \qquad P\overline{u}_s(\vec{p}_2)P^{-1}=\overline{u}_{-s}(-\vec{p}_2)\gamma_4 \tag{60}$$

考虑到 $\overline{\gamma}_\mu\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{k})=\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})$，$\overline{\sigma}_{\mu\nu}\overline{k}_\nu\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{k})=\sigma_{\mu\nu}k_\nu\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})$，对于三阶顶角过程，$S_1$ 和 S_2 中 k^2 、p^2 、$k\cdot p$ 、$G(p_1,p_2)$ 和 $K(p_1,p_2)$ 在 P 变换下也是不变。利用以上关系，可得 S_1 和 S_2 的 P 变换：

$$S_{1P}\sim\overline{u}_{-s}(-\vec{p}_2)\gamma_4\gamma_\mu\gamma_4 u_{-r}(-\vec{p}_1)\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{k})$$

$$=\overline{u}_{-s}(\vec{p}_2)\overline{\gamma}_\mu u_{-r}(\vec{p}_1)\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{k})=\overline{u}_{-s}(\vec{p}_2)\gamma_\mu u_{-r}(\vec{p}_1)\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})\to S_1 \tag{61}$$

$$S_{2P}\sim\overline{u}_{-s}(-\vec{p}_2)\gamma_4\sigma_{\mu\nu}\gamma_4 u_{-r}(-\vec{p}_1)\overline{k}_\nu\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{k})$$

$$=\overline{u}_{-s}(\vec{p}_2)\overline{\sigma}_{\mu\nu}u_{-r}(\vec{p}_1)\overline{k}_\nu\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{k})=\overline{u}_{-s}(\vec{p}_2)\sigma_{\mu\nu}u_{-r}(\vec{p}_1)k_\nu\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k})\to S_2 \tag{62}$$

于是就有 $S_P\to S$ ，但粒子的动量和螺旋度反向，而这不改变跃迁几率。因此我们有 $S_T^+S_T=S^+S$ ，电磁相互作用三阶顶角重整化的单个具体过程在 P 变换下是不变的。

容易证明（21）式所示的含有费米子内部传播线的二阶过程对 P 变换是不变的，我们有：

$$S_P\sim-i\overline{u}_{-s}(-\vec{q})\gamma_4\overline{\varepsilon}_\nu^\rho(\vec{l})\gamma_\nu\gamma_4^2\frac{m-i(-\vec{Q},Q_4)\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_4^2\gamma_\mu\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{p})\gamma_4 u_{-r}(-\vec{k})$$

$$=-i\overline{u}_{-s}(\vec{q})\overline{\varepsilon}_\nu^\rho(\vec{l})\overline{\gamma}_\nu\frac{m-i(-\vec{Q},Q_4)\overline{\gamma}_\alpha}{Q^2+m^2}\overline{\gamma}_\mu\overline{\varepsilon}_\mu^\sigma(\vec{p})u_{-r}(\vec{k})$$

$$=-i\overline{u}_{-s}(\vec{q})\varepsilon_\nu^\rho(\vec{l})\gamma_\nu\frac{m-iQ_\alpha\gamma_\alpha}{Q^2+m^2}\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{p})u_{-r}(\vec{k}) \tag{63}$$

可见 S 与 S_P 的差别仅在于令 $s\to-s$ 。由于计算跃迁几率时我们要对螺旋度指标求和，因此跃迁几率对 P 变换是不变的。

然而（58）式定义的 P 的变换也是有问题的，这涉及规范玻色子的宇称定义问题，以下以光子的宇称为例进行讨论。目前一般认为由于 $\vec{A}_\mu$ 是与电流有关的矢量， P 变换后要变号。而 A_4 是一个与电荷密度有关的标量， P 变换下应当不变。但量子化后电磁场用来描述光子，其中 A_1 和 A_2 描述横向光子，A_3 和 A_4 描述纵向光子和标量光子。然而光子场是不带电的，若光子的宇称被认为是-1，则不论是横光子，纵光子和还是时间光子都应如此。因为 A_4 与其他三个分量是等价（最起码应当与 A_3 等价）， P 变换下 A_4 的变换性质应与 A_1 ， A_2 和 A_3 一样。但按（58）式，横光子和纵光子的宇称为-1，标量光子的宇称却是$+1$。这意味着我们有两种宇称的光子，结果是不一致的，但目前人们似乎没有意识到这一点。

5. 量子场论高阶微扰重整化过程的 C, P, T 变换

1. 三阶顶角重整化过程的 C,P,T 变换

在文献【3】中我们已经证明，三阶顶角重整化过程破坏时间反演对称性，但三阶顶角重整化过程对 C,P 变换保持不变。因此三阶顶角重整化过程是 CPT 破坏的，然而物理学实验表明，粒子相互作用过程是 CPT 不变的。从这种意义上，现有的 C,P,T 变换理论就是有问题的。这个问题在作者提出的新的 C,P,T 变换理论中可以得到完美的解决。

2. 自能重整化的 C,P,T 变换

为消除电子自能无穷大，电磁相互作用哈密顿量应修改为：

$$\mathscr{H}=-ieN\left(\bar{\psi}\hat{A}\psi\right)-\delta m\bar{\psi}\psi \tag{64}$$

在坐标空间中，上式对 C,P,T 变换是不变的。但我们需要在动量空间对具体问题进行计算，二阶和三阶康普顿散射过程总的跃迁几率振幅为 [11]：

$$S\sim ie^2\bar{u}_s(\vec{p}_2)\varepsilon_\nu^\rho\left(\vec{k}_2\right)\gamma_\nu S_f^{(2)}(p_1-k_1)\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma\left(\vec{k}_1\right)u_r(\vec{p}_1) \tag{65}$$

式中 $S_f^{(2)}(p)=(m-i\hat{p})/\left(p^2+m^2\right)$。令 $p=p_1-k_1$，有：

$$S_f^{(2)}(p)=S_f(p)+S_f(p)\left[\Sigma^{(2)}(p)+i(2\pi)^4\delta m\right]S_F(p) \tag{66}$$

$$\Sigma^{(2)}(p)=e^2(2\pi)^8\int d^4k\gamma_\mu D_f(k)S_f(p-k)\gamma_\mu \tag{67}$$

$\Sigma^{(2)}(p)$ 中包含紫外发散，对无穷大积分进行正规化计算，将发散量分离后，可以将 $\Sigma^{(2)}(p)$ 写为：

$$\Sigma^{(2)}(p)=-i(2\pi)^4\delta m+BS_f^{-1}(p)+S_f^{-2}(p)\Sigma_f^{(2)}(p) \tag{68}$$

式中 B 是无穷大发散的量，$\Sigma_f^{(2)}(p)$ 不含紫外发散，有：

$$\Sigma_f^{(2)}(p)=\frac{ie^2}{(2\pi)^6}\int_0^1 dx\int_0^1 dz\frac{(1-x)\left\{(i\hat{p}-m)(1-x)\left[x-2(1+x)z\right]+m(1+x)\right\}}{m^2x^2+(p^2+m^2)(1-z)xz} \tag{69}$$

可以将上式的积分结果简写为：

$$\Sigma_f^{(2)}(p)=i\alpha(p)\left(p^2+m^2\right)\frac{i\hat{p}-m}{p^2+m^2}+iF(p)=iA(p)S_f(p)+iF(p) \tag{70}$$

其中 $A(p)$ 和 $F(p)$ 是实数。将（68）和（70）式代入（66）式，令：

$$S_f^{(2)}(p)=(1+B)S_F(p)+\Sigma_f^{(2)}(p)\sim(1+B)\left[S_f(p)+\Sigma_f^{(2)}(p)\right]$$

$$=(1+B)\left\{\left[1+iA(p)\right]S_f(p)+iF(p)\right\} \tag{71}$$

再进行电荷重整化，令 $e\to\sqrt{1+B}e$，（65）式就变为：

$$S \sim ie^2\bar{u}_s(\vec{p}_2)\varepsilon_\nu^\rho(\vec{k}_2)\gamma_\nu\left\{\left[1+iA\left(p_1+k_1\right)\right]S_f(p_1+k_1)+iF(p_1+k_1)\right\}\gamma_\mu\varepsilon_\mu^\sigma(\vec{k}_1)u_r(\vec{p}_1) \qquad (72)$$

其中$A(p)$和$F(p)$在时间反演下是不变的。结果与二阶过程的康普顿散射类似，由于费米子内部传播线在时间反演下变号，上式破坏时间反演对称性。用同样的方法可以证明，质量重整化过程的跃迁几率对P、C变换是不变的。因此现有C,P,T变换方案在高阶自能过程中也破坏CPT对称性。

3. 真空极化重整化过程的C,P,T变换

最后讨论真空极化的重整化过程，由二阶和四阶过程组成的真空极化过程总跃迁几率振幅为[3]：

$$S \sim \bar{u}_t(\vec{p}_3)\gamma_\mu u_r(\vec{p}_1)D_{f,\mu\nu}^{(2)}(p_1-p_3)\bar{u}_q(\vec{p}_4)\gamma_\nu u_s(\vec{p}_2) \qquad (73)$$

其中D_f是光子的传播内线因子，令$k=p_1-p_3$，有：

$$D_{f,\ \mu\nu}^{(2)}(k)=\delta_{\mu\nu}D_f(k)+D_f(k)\Pi_{\mu\nu}^{(2)}(k)D_f(k) \qquad (74)$$

$$\Pi_{\mu\nu}^{(2)}(k)=\delta_{\mu\nu}\left[GD_f^{-1}(k)+\Pi_f^{(2)}(k^2)D_f^{-2}\right] \qquad (75)$$

$$\Pi_f^{(2)}(k^2)=\frac{ie^2}{3(2\pi)^6}\int_0^1 dy\frac{y^2(2y-1)(2y-3)}{m^2+k^2(1-y)} \qquad (76)$$

其中G是紫外发散量。进行电荷重整化，令$e\to\sqrt{G}e$，（73）式可以写为：

$$S \sim \bar{u}_t(\vec{p}_3)\gamma_\mu u_r(\vec{p}_1)\delta_{\mu\nu}\left[1+\Pi_f^{(2)}(k_2)\right]\bar{u}_q(\vec{p}_4)\gamma_\nu u_s(\vec{p}_2) \qquad (77)$$

由于在T变换和P变换下都有$\vec{k}\to-\vec{k}$，故$\Pi_f^{(2)}(k^2)$不变，因此从（77）式计算的跃迁几率对T和P变换都是不变的。显然按（77）式计算的跃迁几率对C变换也保持不变，可见真空极化的重整化过程对现有的C,P,T变换保持不变。

我们以上严格讨论C,P,T变换存在的问题。结果表明现有量子场论C,P,T变换规则是不自洽的，需要进行重新定义。在后续文中，作者将给出一个为更合理、更为完美C,P,T变换方案[13]，彻底地解决以上所论及的问题。

附录：Wigner 时间反演方案存在的问题

我们知道量子力学的时间反演采用的是 Wigner 变换方案，但量子力学的 Wigner 变换与量子场论中的 Wigner 变换实际上有许多不同，为此我们先简述量子力学的 Wigner 变换。非相对论量子力学薛定谔方程的形式为：

$$\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t)=\hat{H}(\vec{x},t)\ \psi(\vec{x},t) \qquad (78)$$

上式在$t\to-t$的情况下不能保持不变。然而目前一般认为微观过程对时间反演保持不变，因此薛定谔方程的形式在时间反演下应当保持不变。在这种预设的前提下，按 Wigner 的定义，时间反演算符的作用是令$t\to-t$，同时对物理量取复共轭，即令$i\to-i$。如果相互作用哈密顿算符在时间反演下

保持不变，即$T\hat{H}(\bar{x},t)T^{-1}=\hat{H}^{+}(\bar{x},-t)=\hat{H}(\bar{x},t)$，（2.1）式的时间反演就为：

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^{*}(\bar{x},-t)=\hat{H}(\bar{x},t)\psi^{*}(\bar{x},-t) \tag{79}$$

由于（78）和（79）式具有相同的形式，我们就得到量子力学波函数的时间反演变换：

$$T\psi(\bar{x},t)=\psi^{*}(\bar{x},-t) \tag{80}$$

以这种方式定义的时间反演就是 Wigner 变换，它可以使量子力学运动方程的形式在时间反演下保持不变，但波函数的时间反演变换由（80）式确定。

量子场论的 Wigner 时间反演变换定义与量子力学中的定义有很大的不同。二次量子化后量子场中包含了粒子的产生和湮灭算符，因此一般将二次量子化后的场看成算符。考虑到时间反演后粒子的产生和湮灭算符应当互换，以及为了得到电磁场相互作用哈密顿量在时间反演下保持不变的结果，量子场论的 Wigner 变换约定，时间反演算符只对 q 数（算符）产生作用，不对 c 数（非算符量）产生作用。这样的约定实际上是很奇怪的，它与量子力学完全不一样的。在量子力学中，时间反演算符对 c 数有作用。例如虚数i是 c 数，量子力学中时间反演下$TiT^{-1}\to -i$。但在量子场论中，按照 Wigner 变换，却必须定义$TiT^{-1}\to i$。以下我们讨论量子场论的 Wigner 时间反演变换，目的在于指出这种不一致性导致的问题。

按量子场论的 Wigner 变换，复标量场，电磁场和旋量场的时间反演分别定义为[14]：

$$T\varphi(\bar{x},t)T^{-1}=\varphi^{+}(\bar{x},-t) \qquad T\varphi^{+}(\bar{x},t)T^{-1}=\varphi(\bar{x},-t) \tag{81}$$

$$TA_{\mu}(\bar{x},t)T^{-1}=-A_{\mu}^{*}(\bar{x},-t) \tag{82}$$

$$T\psi(\bar{x},t)T^{-1}=\sigma_2\psi^{*}(\bar{x},-t)=i\gamma_1\gamma_3\psi^{*}(\bar{x},-t) \tag{83}$$

$$T\overline{\psi}(\bar{x},t)T^{-1}=\left[\sigma_2\psi^{*}(\bar{x},-t)\right]^{+}\gamma_4^{*}=\psi^{\tau}(\bar{x},-t)\sigma_2\gamma_4 \tag{84}$$

式中σ_2～$\sigma_2 I=i\gamma_1\gamma_3$， I是2×2单位矩阵，σ_2是泡利矩阵，且有$\sigma_2^{+}=\sigma_2$。考虑$\sigma^2=1$，将（83）式两边同乘σ_2，得：

$$\sigma_2 T\psi(\bar{x},t)T^{-1}=\psi^{*}(\bar{x},-t) \tag{85}$$

按（8）式，我们有：

$$\psi^{*}(\bar{x},-t)=\sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[b_s^{*}(\bar{p})\,u_s^{*}(\bar{p})e^{-i(\bar{p}.\bar{x}+Et)}+d_s^{+*}(\bar{p})v_s^{*}(\bar{p})e^{i(\bar{p}.\bar{x}+Et)}\right]$$

$$=\sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[b_s^{*}(-\bar{p})\,u_s^{*}(-\bar{p})e^{i(\bar{p}.\bar{x}-Et)}+d_s^{+*}(-\bar{p})v_s^{*}(-\bar{p})e^{-i(\bar{p}.\bar{x}-Et)}\right] \tag{86}$$

式中已考虑到对$\bar{p}$求和与对$-\bar{p}$求和的结果是一样的。另一方面，按 Wigner 变换，时间反演算符只对 q 数（算符）作用，不对 c 数作用，就得到：

$$\sigma_2 T\psi(\bar{x},t)T^{-1}=\sum_{\bar{p},s}\sqrt{\frac{m}{E}}\left[Tb_s(\bar{p})T^{-1}\sigma_2 u_s(\bar{p})e^{i(\bar{p}.\bar{x}-Et)}+Td_s^{+}(\bar{p})T^{-1}\sigma_2 v_s(\bar{p})e^{-i(\bar{p}.\bar{x}-Et)}\right] \tag{87}$$

将（87）式与（86）式比较，就得到：

$$Tb_s(\vec{p})T^{-1} = b_s^*(-\vec{p}) \sim b_s^+(-\vec{p}) \qquad Td_s^+(\vec{p})T^{-1} = d_s^{+*}(-\vec{p}) \sim d_s(-\vec{p}) \tag{88}$$

$$\sigma_2 u_s(\vec{p}) = i\gamma_1\gamma_3 u_s(\vec{p}) = u_s^*(-\vec{p}) \qquad \sigma_2 v_s(\vec{p}) = i\gamma_1\gamma_3 v_s(\vec{p}) = v_s^*(-\vec{p}) \tag{89}$$

（88）式表示时间反演后粒子的产生算符与湮灭算符互换，而（89）式则可以通过其他方法证明是成立的(10)。至于为什么在（87）式中时间反演算符对动量空间波函数$u_s(\vec{p})$和$v_s(\vec{p})$以及指数中的$i, \vec{p}, t$不产生作用，则是没有任何解释的，我们只能将它看成时间反演算符不对 c 数作用的规定的结果。

以下讨论量子场论电磁相互作用哈密顿量的 Wigner 时间反演变换。按量子场论中 Wigner 时间反演的定义， 时间反演算符不对 c 数作用，只对 q 数（算符）作用，因此i和γ_μ在时间反演下都不变。按（81）~（85）式的定义，考虑到$\sigma_2^2 = 1$，有：

$$T\mathscr{H}(\vec{x},t)T^{-1} = \frac{ie}{2}A_\mu^*(\vec{x},-t)\left[\psi^\tau(\vec{x},-t)\sigma_2\gamma_4\gamma_\mu\sigma_2\psi^*(\vec{x},-t) - \psi^{*\tau}(\vec{x},-t)\sigma_2^\tau\gamma_\mu^\tau\gamma_4\sigma_2^\tau\psi(\vec{x},-t)\right]$$

$$= \frac{ie}{2}A_\mu^*(\vec{x},-t)\left[\psi^\tau(\vec{x},-t)\sigma_2\gamma_4\sigma_2\sigma_2\gamma_\mu\sigma_2\psi^*(\vec{x},-t) - \psi^{*\tau}(\vec{x},-t)\sigma_2^\tau\gamma_\mu^\tau\sigma_2^\tau\sigma_2^\tau\gamma_4\sigma_2^\tau\psi(\vec{x},-t)\right] \tag{90}$$

为以下计算方便，我们定义：

$$\tilde{r}_\mu = (-\gamma_1,\ \gamma_2,\ -\gamma_3,\ \gamma_4) \qquad \bar{r}_\mu = (-\gamma_1,\ -\gamma_2,\ -\gamma_3,\ \gamma_4) = (-\vec{\gamma},\ \gamma_4) \tag{91}$$

可知$\bar{\gamma}_\mu$和$\tilde{\gamma}_\mu$都是厄密矩阵，且有相同的对易关系：

$$\bar{\gamma}_\mu\bar{\gamma}_\nu + \bar{\gamma}_\nu\bar{\gamma}_\mu = \tilde{\gamma}_\mu\tilde{\gamma}_\nu + \tilde{\gamma}_\nu\tilde{\gamma}_\mu = \gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu} \tag{92}$$

容易证明：

$$\sigma_2 r_\mu \sigma_2 = \tilde{\gamma}_\mu \qquad \sigma_2 r_\mu^* \sigma_2 = \gamma_\mu \qquad \sigma_2 r_4 \sigma_2 = \gamma_4 \qquad \sigma_2^\tau\gamma_\mu^\tau\sigma_2^\tau = \tilde{\gamma}_\mu^\tau \tag{93}$$

代入（90）式，考虑到费米子波函数位置交换的反对易关系，得：

$$T\mathscr{H}(\vec{x},t)T^{-1} = \frac{ie}{2}A_\mu^*(\vec{x},-t)\left[\psi^\tau(\vec{x},-t)\gamma_4\tilde{\gamma}_\mu\psi^*(\vec{x},-t) - \psi^{*\tau}(\vec{x},-t)\tilde{\gamma}_\mu^\tau\gamma_\mu^\tau\psi(\vec{x},-t)\right]$$

$$= -\frac{ie}{2}A_\mu^*(\vec{x},-t)\left[\psi^{*\tau}(\vec{x},-t)\tilde{\gamma}_\mu^\tau\gamma_4^\tau\psi(\vec{x},-t) - \psi^\tau(\vec{x},-t)\gamma_4\tilde{\gamma}_\mu\psi^{+\tau}(\vec{x},-t)\right] \tag{94}$$

可证$\tilde{\gamma}_\mu^\tau\gamma_4^\tau = \gamma_4\bar{\gamma}_\mu$，$\gamma_4\tilde{\gamma}_\mu = \bar{\gamma}_\mu^\tau\gamma_4$，因此就有以下结果（参见文献（14），殷鹏程，量子场论纲要 124 页（3.16）式，其中的$r_i\Omega_i$与下式中的$i\bar{\gamma}_\mu$对应）：

$$T\mathscr{H}(\vec{x},t)T^{-1} = -\frac{ie}{2}A_\mu^*(\vec{x},-t)\left[\overline{\psi}(\vec{x},-t)\bar{\gamma}_\mu\psi(\vec{x},-t) - \psi^\tau(\vec{x},-t)\bar{\gamma}_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau(\vec{x},-t)\right] \tag{95}$$

由于$\bar{\gamma}_\mu$与γ_μ满足相同的对易关系，用$\bar{\gamma}_\mu$来构造哈密顿量和用γ_μ来构造哈密顿量结果是一样的。同时由于物理上可测量的是几率密度而不是几率振幅，上式中用$A_\mu^*(\vec{x},-t)$代替$A_\mu(\vec{x},-t)$不改变几率密度。或者按文献中的一般说法，将电磁流$J_\mu = (\vec{J}, i\rho)$写为：

$$J_\mu(\vec{x},t)=-\frac{ie}{2}\left[\overline{\psi}(\vec{x},t)\gamma_\mu\psi(\vec{x},-t)-\psi^\tau(\vec{x},-t)\gamma_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau(\vec{x},-t)\right] \tag{96}$$

按（96）式，电磁流的时间反演变换为：

$$T\vec{J}(\vec{x},t)T^{-1}=-\vec{J}(\vec{x},-t) \qquad\qquad T\rho(\vec{x},t)T^{-1}=\rho(\vec{x},-t) \tag{97}$$

在这种意义上，我们说量子场论的电磁相互作用哈密顿量在 Wigner 时间反演保持不变的。

然而这种时间反演变换存在以下几个基本问题，实际上是不自洽的和不可能的。

1. 在非相对论量子力学中，时间反演算符对 c 数有作用，在时间反演下我们有 $i\to -i$ 。我们凭什么约定，在量子场论中时间反演算符对 c 数没有作用，必须令 i 在时间反演下不变呢？由于量子场论在本质上是相对论意义上的量子力学，这样的约定自相矛盾，是无法自圆其说的。

2. 如（8）式所示，量子场论中二次量子化算符（波函数）的形式是很复杂的，其中即含 q 数也包含 c 数。在时间反演定义（81）~（84）式中，我们明明要求对波函数取复共轭，为什么在我们会认为量子场论的时间反演算符只对 q 数作用，不对 c 数作用呢？现有量子场论的 Wigner 时间反演实际上乱成一团，根本不可能是一个合理的物理理论。

3. 更重要的是，量子场论对具体问题的计算都是在动量空间中进行的。而动量空间中表示跃迁几率振幅的矩阵元都是由 c 数构成，其中根本不含 q 数。比如正负电子在高能碰撞中转化成 μ 轻子对的过程：

$$\begin{matrix} e^- & + & e^+ & \to & \mu^- & + & \mu^+ \\ (p,r) & & (q,s) & & (p',r') & & (q',s') \end{matrix}$$

在动量空间的几率振幅为：

$$S\sim \bar{u}_{r'}(p')\gamma_\mu v_{s'}(q')\frac{1}{(p+q)^2}\bar{v}_s(q)\gamma_\mu u_r(p) \tag{98}$$

如果时间反演算符不对 c 数作用，就等于对上式没有作用，结果仍然是：

$$TST^{-1}=S\sim \bar{u}_{r'}(p')\gamma_\mu v_{s'}(q')\frac{1}{(p+q)^2}\bar{v}_s(q)\gamma_\mu u_r(p) \tag{99}$$

然而对于真实的时间反演，粒子的产生与湮灭过程应当互换，过程应当变为：

$$\begin{matrix} \mu^- & + & \mu^+ & \to & e^- & + & e^+ \\ (p',r') & & (q',s') & & (p,r) & & (q,s) \end{matrix}$$

（98）式的时间反演应当是：

$$TST^{-1}=S^+\sim \bar{u}_r(p)\gamma_\mu v_s(q)\frac{1}{(p+q)^2}\bar{v}_{s'}(q')\gamma_\mu u_{r'}(p') \tag{100}$$

显然如果时间反演算符不对 c 数作用，就不能描述动量空间中真实的时间反演过程。

4. 从（2.13）式可知，为了使粒子产生和湮灭算符在时间反演后互换，必须假定 $b_s^*(\vec{p})=b_s^+(\vec{p})$，

$d_s^{+*}(\vec{p}) = d_s(\vec{p})$ 。即认为产生算符的复共轭等于湮灭算符，湮灭算符的复共轭等于产生算符，这种定义是非常勉强的，其物理意义是不清的。另外，为了使电磁场相互作用哈密顿量在时间反演下真正保持不变，在（2.21）式中我们实际上要求 $\bar{\gamma}_\mu A_\mu^*(\bar{x},-t) = \gamma_\mu A_\mu(\bar{x},-t)$，或 $\vec{A}^*(\bar{x},-t) = -\vec{A}^*(\bar{x},-t)$，$A_0^*(\bar{x},-t) = -A_0(\bar{x},-t)$，然而这也是不可能的。因此量子场论的 Wigner 时间反演不自洽的，不可能用来描述在动量空间的时间反演。

参考文献：

1. Mei Xiaochun, Journal of Modern Physics, 2012, 3, 43-47.
2.苗东升，刘华杰，混沌学纵横论，人民大学出版社，262（1993）.
3. 梅晓春, 中国科学 G 辑，37 卷，第 5 期, 617 ~ 630 页，(2007).
4. 戴本元，相互作用的规范理论，科学出版社，447 页 （1987）.
5. S.L.McCall, H.M.Gibbs and T.N.C.Venkateasn, J. Opt. Soc. Am. 65, 1184 (1975). D.A.B.Miller, D.S.Chemla, T.C.Demen, C.Gossard, W.Wiegmann, T.H.Wood and C.A.Burrus, Appl. Phys.lette.45, 83 (1984). T.Kobayashi, N.C.Kothari and H.Uchiki, Phys.Rev. A 29, 2727 (1984). A.K.Kar, J.G.H. Mathew et al., Appl. Phys. Lett. 42, 334 (1983).
6. M.M.T. Loy and Y.R.Shen, Phys.Rev.Lett, 25, 1333 (1971); Appl.Phys.Lett. 19, 285 (1970). G.K.L.Wong and Y.R.Shen, Phys Rev. Lett 32, 527 (1973).
7. W.Kaiser and C.G.B.Garret, Phy.Rev.Lett.7, 229 (1961).
8. Lei Shishen, New World of Optics, Science Publishing House , 25 (1987).
9. CPLEAR Collaboration (A.Angelopoulos et al.), Phys. Lett. B444, 52 (1998). J. Adams et al, Phys. Rev. Lett.80, 4123 (1998). P. K. Kabir, Phys. Rev., D2, 540 (1970). L. M. Sehgal, M. Wanniger, Phys. Rev. D46, 1035 (1992), Phys. Rev., D46, 5209 (1992).
10. 李政道，粒子物理和场论，山东科学技术出版社，28，111，113，164 (1996).
11. 罗长勋，量子场论引论，陕西师范大学出版社，145 (1986).
12. 朱洪元，量子场论，科学出版社，263，272，283，298 (1960).
13. 梅晓春，一种更合理、更完美的 C, P,T 变换方案与量子场论高阶微扰重整化过程产生的 C, P, T 对称性破坏
14. 殷鹏程，量子场论纲要，上海科学技术出版社，125 (1986).