定域规范不变性不成立与
希格斯粒子不存在的证明

——标准粒子物理学理论存在严重的不一致性——

梅 晓 春

（福州原创物理研究所）

内容摘要 本文证明非阿贝尔规范场的定域规范不变性不成立，标准粒子物理学理论存在严重的不一致性，作为其他粒子质量起源的希格斯粒子不存在。理由如下：1. 非阿贝尔规范场方程至今实际上没有找到任何解，也不知道是否有解。目前的理论在构造相互作用拉氏量和计算跃迁几率时，用指数形式的自由粒子波函数代替非阿贝尔规范粒子波函数。粒子物理学实际上没有用非阿贝尔规范场做具体计算，定域规范不变性等同虚设。2. 量子场论中，场的拉氏量与场的方程是两个不同的概念。现有规范场理论只证明无质量的自由非阿贝尔规范场的拉氏量对定域规范变换保持不变，并没有证明非阿贝尔规范场的运动方程对定域规范变换保持不变。本文证明非阿贝规范场的运动方程不能对规范变换保持不变，因此定域规范不变性实际上不存在。3. 弱电统一理论用非阿贝规范场的线性叠加构造$W^{\pm}$、Z^{0}粒子和光子。然而根据数学基本规则，非线性微分方程的特解的线性叠加不再是原方程的解。由此导致四组约束条件，以至于四个规范粒子要满足八组方程。这显然是不可能的，因此弱电统一理论实际上无法用非阿贝尔规范场来描述，只能用阿贝尔规范场来描述。4. 由于电磁势和非阿贝尔规范势本身不是规范不变的，相互作用拉氏量和规范场传播函数实际上都没有定域变换不变性，粒子物理学的相互作用过程没有定域规范不变性。5. 由于定域规范不变性不存在，标准粒子物理学中希格斯机制就成为多余，希格斯粒子实际上不存在。欧洲大型强子对撞机上发现的，所谓的希格斯粒子到底是什么？是某种已知中性粒子的高能共振态，还是新物理粒子？物理学家需要重新考虑。

关键词：非阿贝规范场，定域规范不变性，弱电统一理论，$W^{\pm}$粒子，Z^{0}粒子，希格斯粒子

1. 前 言

标准粒子物理学理论以杨—米尔斯非阿贝尔规范场理论为基础，其核心概念是定域规范不变性。自从 2013 年欧洲核子研究中心的大型强子对撞机上发现所谓的希格斯粒子后，标准粒子物理学理论预言的粒子都找到，高能物理学理论和实验进入后希格斯粒子时代。目前世界各国正在准备建造各种更大型的加速器，对希格斯粒子进行更深入的研究。希格斯粒子被认为是其他粒子的质量起源，其他粒子通过与希格斯场耦合而获得质量，因此它又被称为“上帝粒子”。

然而标准粒子物理学理论还有一个最基本问题没有解决，那就是非阿贝尔规范场方程至今没有找到任何解，我们甚至不知道这个方程是否有解。因此目前的标准粒子物理学理论只考虑非阿贝尔规范场拉氏量的性质，不考虑非阿贝尔规范场方程及其解的性质。由于场的拉氏量与场的方程是两

个不同的概念，且场的运动方程比拉氏量更本质更重要，这里就隐藏了一个巨大的隐患。如果粒子物理学理论违背非阿贝尔规范场方程及其解的性质，就会出现严重的不一致性，甚至导致理论体系崩溃。本文指出，由于以下 5 个方面的问题，粒子物理学理论正面临这种局面。

1. 粒子物理学理论采用相互作用表象，计算跃迁几率时需要事先知道自由粒子运动方程的解。由于非阿贝尔规范场方程至今没有找到解，目前是用指数形式的自由粒子波函数代替非阿贝尔规范粒子的波函数构造相互作用哈密顿量并计算费曼图。非阿贝规范场的传播因子与运动方程的非线性项无关，与阿贝规范场的传播因子实际上是一样的。这些事实说明，标准粒子物理学实际上没有用非阿贝尔规范场做计算。定域规范不变性等同虚设，实际上并没有得到实验的支持，

2. 现有非阿贝耳规范场理论只证明无质量的自由粒子规范场的拉氏量在规范变换下保持不变，并没有证明规范场运动方程在规范变换下也保持不变。由于自由场的波函数是由运动方程决定的，不是由拉氏量决定的，运动方程的规范不变性是更重要的。本文证明非阿贝尔规范场的运动方程对规范变换不能保持不变，因此非阿贝耳规范场理论的定域不变性实际上不存在。

3. 弱电统一理论用 SU ② 非阿贝尔规范场 A_μ^α 和 U ① 阿贝尔规范场 B_μ 的线性叠加构造 $W^\pm$、Z^0 粒子和光子的波函数。由于非阿贝尔规范场运动方程是非线性的，其解的线性叠加不再是原方程的解。因此通过叠加后得到的场就不是同类的规范场，拉氏量和运动方程都不具有规范对称性。如果认为仍然是同类的规范场，会导致四组约束条件，以至于四个规范场要满足八组方程。这显然是不可能的，除非它们都是阿贝规范场。因此电弱相互作用统一理论只能用阿贝尔规范场来构造，不可能用非阿贝尔规范场来描述。

4. 电弱相互作用拉氏量 $\mathcal{L}_I \sim A_\mu^\alpha \bar{\psi}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi$，规范场传播函数 $D_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \sim [A_\mu^\alpha(x_1),\ A_\nu^\beta(x_2)]$。由于规范势 A_μ^α 不是定域规范不变的，相互作用拉氏量和规范场传播函数就没有定域规范不变性。现有粒子物理学实际上只证明自由非阿贝规范场和自由复标量场的拉氏量具有定域规范不变性，强、弱和电磁相互作用的大多数过程都是没有定域规范不变性的。

5. 由于定域规范不变性不成立，标准粒子物理学中希格斯机制就成为多余，作为其他粒子质量起源的希格斯粒子就是不存在的。欧洲大型强子对撞机上发现的，所谓的希格斯粒子到底是什么？是某种已知中性粒子的高能共振态，还是新物理粒子？物理学家需要重新考虑。

2. 非阿贝尔规范场的拉氏量和运动方程及其解

按杨—米尔斯规范理论，为了使粒子系统的拉氏量在定域规范变换下保持不变，场量 $\varphi(x)$ 和它的协变导数的变换规律应为：

$$\varphi'(x) = \exp\left[-i\theta^\alpha(x)T^\alpha\right]\varphi(x) \quad (1)$$

$$D'_\mu(x)\varphi'(x) = \exp\left[-i\theta(x)T^\alpha\right]D_\mu(x)\varphi(x) \quad (2)$$

$$D_\mu(x) = \partial_\mu + A_\mu(x) \qquad A_\mu(x) = -igA_\mu^\alpha(x)T^\alpha \quad (3)$$

其中 $D_\mu(x)$ 被称为协变微分算符，将 D_μ 代替 ∂_μ 相当于在场 φ 与 A_μ 之间引入相互作用。$\theta^\alpha(x)$ 是群参数。对于整体规范变换，$\theta^\alpha(x) =$ 常数。对于定域规范变换，$\theta^\alpha(x)$ 的函数形式被认为是任意的。

按照杨—米尔斯规范理论，非阿贝尔规范场的拉氏量在（1）~（3）式的定域规范变换下保持不变。

将（3）式代入（2）式，可以得到非阿贝尔规范势 A_μ^α 在无穷小变换下的变换规律：

$$A_\mu'^\alpha(x) = A_\mu^\alpha(x) + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta(x)A_\mu^\gamma(x) - \frac{1}{g}\partial_\mu\theta^\alpha(x) \tag{4}$$

模仿电磁场，采用协变导数（3）式，将非阿贝尔规范场强定义为：

$$F_{\mu\nu} = D_\mu A_\nu^\alpha - D_\nu A_\mu^\alpha = -igF_{\mu\nu}^\alpha T^\alpha \tag{5}$$

将（3）式代入（5）式，可得：

$$F_{\mu\nu}^\alpha(x) = \partial_\mu A_\nu^\alpha(x) - \partial_\nu A_\mu^\alpha(x) + gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta(x)A_\nu^\gamma(x) \tag{6}$$

在无穷小变换下，规范场强的变换规则为：

$$F_{\mu\nu}'^\alpha(x) = F_{\mu\nu}^\alpha(x) + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta(x)F_{\mu\nu}^\gamma(x) \tag{7}$$

与电磁理论类似，将无质量的自由非阿贝尔规范场拉氏量定义为：

$$\mathcal{L}_0\left[A_\mu^\alpha(x), \partial_\nu A_\mu^\alpha(x)\right] = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha(x)F_{\mu\nu}^\alpha(x) \tag{8}$$

可以证明（8）式在定域规范变换下保持不变。但有质量的规范场的拉氏量还包含 $A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha$ 项，在定域规范变换下不能保持不变。将（8）式代入场的拉格朗日方程：

$$\frac{\partial}{\partial A_\mu^\alpha(x)}\mathcal{L}_0 - \partial_\nu\left(\frac{\partial}{\partial[\partial_\nu A_\mu^\alpha(x)]}\mathcal{L}_0\right) = 0 \tag{9}$$

得到非阿贝尔规范场的运动方程【2】：

$$\partial_\mu F_{\mu\nu}^\alpha(x) + gf^{\alpha\sigma\rho}A_\mu^\sigma(x)F_{\mu\nu}^\rho(x) = 0 \tag{10}$$

考虑群结构常数 $f^{\alpha\beta\gamma}$ 的反对称性，将（6）式代入（10）式，最后得到：

$$\partial^2 A_\nu^\alpha - \partial_\mu\partial_\nu A_\mu^\alpha + 2gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta\partial_\mu A_\nu^\gamma + gf^{\alpha\beta\gamma}(A_\mu^\gamma\partial_\nu A_\mu^\beta + A_\nu^\gamma\partial_\mu A_\mu^\beta)$$

$$+ g^2 f^{\alpha\sigma\rho}f^{\rho\beta\gamma}A_\mu^\sigma A_\mu^\beta A_\nu^\gamma = 0 \tag{11}$$

（11）式是一个高度非线性的微分方程，物理学家至今没有找到任何一个特解，甚至不知道这个方程是否有解。这个问题曾被美国克雷数学研究所(Clay Mathematics Institute)作为千禧年的七个重大数学未解之谜，悬赏求解而轰动一时。

3. 相互作用过程的跃迁几率

众所周知，量子场论采用相互作表象，用自由粒子的波函数来构造相互作用哈密顿量。费曼图的构造和跃迁几率的计算都需要自由粒子的波函数。因此在量子场论中，我们首先需要知道自由场波函数的形式，否则任何具体计算都无从谈起。自由场的波函数的形式则由场的运动方程确定，因此非阿贝尔规范场的运动方程比自由场的拉氏量更为重要。

量子场论中，中性自由标量场的运动方程及其解为：

$$\partial^2\varphi(x)-m^2\varphi(x)=0 \qquad \varphi^{\pm}(x)\sim\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^3k}{\sqrt{2\omega}}a(k)e^{ikx} \tag{12}$$

有质量的带电自由标量场运动方程及其解为：

$$\partial^2\varphi^{\pm}(x)-m^2\varphi^{\pm}(x)=0 \qquad \varphi^{\pm}(x)\sim\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^3k}{\sqrt{2\omega}}a^{\pm}(k)e^{ikx} \tag{13}$$

考虑洛伦兹条件，令 $\partial_\mu A_\mu(x)=0$，自由电磁场运动方程及其解为：

$$\partial^2 A_\mu(x)-\partial_\nu\partial_\mu A_\mu(x)=\partial^2 A_\mu(x)=0 \qquad A_\mu(x)\sim\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d^3k}{\sqrt{2\omega}}\varepsilon_\mu^\sigma(k)a_\sigma(k)e^{ik\cdot} \tag{14}$$

自由旋量场运动方程及其解为：

$$(\gamma_\mu\partial_\mu+m)\psi=0 \qquad \psi(x)\sim\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{-\infty}^{\infty}\sqrt{\frac{m}{E}}\sum_{r=1}^{2}u_r(p)b_r e^{ipx}d^3p \tag{15}$$

自由场的时空坐标波函数都具有 e 指数形式。

量子场论相互作用哈顿量是用（12）~（15）式表示的自由场的乘积来构成的，其中包含指数乘积 $\exp(P-Q)x$。通过对四维时空坐标的积分，将相互作用变换到动量空间描述，就得到函数 $\delta^4(P-Q)$，在费曼图中用来表示相互作用顶角上的四维能量动量守恒。量子场论中计算粒子衰变几率的基本公式是【3】

$$dW_{fi}=\delta^4(P-Q)\frac{K}{2^B(2\pi)^{3n-4}E_0}\overline{\sum}\left|M_{fi}\right|^2\prod_{k=1}^{n}\frac{d^3p_k}{E_k} \tag{16}$$

计算微观粒子碰撞截面的基本公式是：

$$dW_{fi}=\delta^4(P-Q)\frac{K}{2^B(2\pi)^2 J}\overline{\sum}\left|M_{fi}\right|^2\prod_{k=1}^{n}\frac{d^3p_k}{E_k} \tag{17}$$

（16）和（17）式中所有的量，包括最主要的散射振幅 M_{fi}，都是用（12）~（15）式的自由粒子波函数来构造的。在弱电相互作用统一理论中，我们实际上仍然用（16）和（17）是计算衰变几率和碰撞跃迁几率，其中包含的非阿贝尔规范场都用指数形式的自由粒子波函数代替。由于高度的非线性，非阿贝尔规范场方程（11）式的解不可能具有（14）式那样简单的指数形式。

另外，无质量的非阿贝尔规范场的传播函数则是：

$$iD_{\mu\nu}(k)=\frac{-i\left(g_{\mu\nu}+\dfrac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)}{k^2} \tag{18}$$

然而从（18）式的推导过程中可以看出【1】，包含 $k_\mu k_\nu$ 的项来自运动方程（14）式中的算符 $\partial_\mu\partial_\nu$。也就是说非阿贝尔规范场传播函数与场方程的非线性项无关，（16）和（17）式中 M_{fi} 包含的规范场传播因子实际上由（14）式的阿贝尔规范场运动方程确定（$\partial_\mu A_\mu\neq 0$），与非阿贝尔规范场无关。

实际计算表明，（16）和（17）式仍然适用于弱电统一理论。弱电统一理论认为，传递弱相互作用的 W 和 Z 粒子是非阿贝尔规范场粒子。如果（16）和（17）式仍然适用，$W^{\pm}$ 和 Z^0 粒子就只能是普通的阿贝尔矢量场的粒子，不是非阿贝尔规范场的粒子。其运动方程和解也应当具有（12）~

（15）式的形式，因此非阿贝尔规范场理论的定域不变性只是表面文章，在实际物理过程中可以不予考虑。

4. 非阿贝尔规范场运动方程没有规范变换不变性

现有非阿贝耳规范场理论只证明无质量的自由粒子规范场的拉氏量（8）式在规范变换下保持不变，并没有证明规范场运动方程（11）式在规范变换下也保持不变。事实上，从拉氏量导出运动方程还要通过场的拉格朗日方程（9）式，而（9）式是通过变分法从最小作用量原理导出的。因此拉氏量不能等同于运动方程，拉氏量在规范变换下不变并不等于运动方程也能保持不变。如果变分法和最小作用量原理没有规范不变性，尽管拉氏量有规范不变性，运动方程仍然是没有规范不变性的。目前的规范场理论将拉氏量的对称性等同于运动方程的对称性，认为只要拉氏量在规范变换下保持不变性，运动方程就自然在规范变换下保持不变，这是完全错误的。运动方程是否有规范不变性，这是需要另外证明的。

以下我们证明，非阿贝尔规范场的运动方程对规范变换不能保持不变。在（4）和（7）式的变换下，运动方程（10）式变为：

$$\partial_\mu F'^{\alpha}_{\mu\nu} + g f^{\alpha\beta\gamma} A'^{\beta}_{\mu} F'^{\gamma}_{\mu\nu} = \partial_\mu (F^{\alpha}_{\mu\nu} + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta F^{\gamma}_{\mu\nu})$$

$$+ g f^{\alpha\beta\gamma}\left(A^{\beta}_{\mu} + f^{\beta\rho\sigma}\theta^\rho A^{\sigma}_{\mu} - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^\beta \right)(F^{\gamma}_{\mu\nu} + f^{\gamma\lambda\omega}\theta^\lambda F^{\omega}_{\mu\nu}) = 0 \qquad (19)$$

显然，（19）式与群参数 $\theta(x)$ 有关，非阿贝尔规范场的运动方程没有规范不变性。利用（10）式，从（19）式可得：

$$f^{\alpha\beta\gamma}\left[(\partial_\mu \theta^\beta) F^{\gamma}_{\mu\nu} + \theta^\beta \partial_\mu F^{\gamma}_{\mu\nu} \right] + g f^{\alpha\beta\gamma} f^{\gamma\lambda\omega} A^{\beta}_{\mu} \theta^\lambda F^{\omega}_{\mu\nu}$$

$$+ g f^{\alpha\beta\gamma}\left(f^{\beta\rho\sigma}\theta^\rho A^{\sigma}_{\mu} - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^\beta \right)(F^{\gamma}_{\mu\nu} + f^{\gamma\lambda\omega}\theta^\lambda F^{\omega}_{\mu\nu}) = 0 \qquad (20)$$

上式的解为：
$$\partial_\mu \theta^\alpha = g f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A^{\gamma}_{\mu} \qquad (21)$$

它是非阿贝规范场运动方程在规范变换下不变必须满足的条件。事实上，利用（10）和（21）式，考虑群结构常数的反对称性，（20）式等号左边可以写为：

$$f^{\alpha\beta\gamma} f^{\beta\rho\sigma}\theta^\rho A^{\sigma}_{\mu} F^{\gamma}_{\mu\nu} - f^{\alpha\beta\gamma} f^{\gamma\rho\sigma}\theta^\beta A^{\rho}_{\mu} F^{\sigma}_{\mu\nu} + f^{\alpha\beta\gamma} f^{\gamma\rho\sigma}\theta^\rho A^{\beta}_{\mu} F^{\sigma}_{\mu\nu}$$

$$= -(f^{\alpha\sigma\gamma} f^{\gamma\rho\beta} + f^{\alpha\rho\gamma} f^{\gamma\beta\sigma} + f^{\alpha\beta\gamma} f^{\gamma\sigma\rho})\ \theta^\rho A^{\beta}_{\mu} F^{\sigma}_{\mu\nu} \qquad (22)$$

由雅可比公式 $f^{\alpha\sigma\gamma} f^{\gamma\rho\beta} + f^{\alpha\rho\gamma} f^{\gamma\beta\sigma} + f^{\alpha\beta\gamma} f^{\gamma\sigma\rho} = 0$，可知（22）式为零。因此要使非阿贝尔规范场运动方程在定域规范变换下不变，就得满足约束条件（21）式。按照（4）式就有 $A'^{\alpha}_{\mu}(x) = A^{\alpha}_{\mu}(x)$，即非阿贝尔规范势必须是一个不变量。

由于在定域不变理论中群参数必须是任意的，（21）式会产生许多问题。解（21）式原则上可以得到 $\theta^\alpha(x)$ 与 A^{α}_{μ} 的关系，群参数就依赖于规范势，不再是独立的，就不是定域规范不变。如果 $\theta^\alpha(x)$ 任选，（21）式表示的 A^{α}_{μ} 之间存在的关系与运动方程（11）式描述的 A^{α}_{μ} 之间的关系一般是不一样的，

由此导致严重的不一致性。

由于用来构造相互作用哈密顿量，计算跃迁几率公式的自由场波函数却是由运动方程决定的，不是由拉氏量决定的，因此运动方程的规范不变性是更重要的。仅有自由拉氏量的定域规范不变性是不够的，或者说自由拉氏量的定域规范不变性实际上没有太大意义。杨—米尔斯非阿贝尔规范场理论实际上是不成立的，粒子物理学的理论和实验实际上都没有证明定域规范不变性的存在。

5. 非线性方程解的线性叠加导致的问题

数学上容易证明，非线性方程的两个特解的线性叠加不再是原方程的解。设非线性微分方程是：

$$\partial^2 A(x,t)+aA(x,t)+bA^2(x,t)=0 \tag{23}$$

设方程有两个特解 A_1 和 A_2，则有：

$$\partial^2 A_1+aA_1+bA_1^2=0 \qquad \partial^2 A_2+aA_2+bA_2^2=0 \tag{24}$$

如果 A_1 和 A_2 的线性叠加也是（23）式的解，令 $A=A_1+A_2$，代入（18）式，得：

$$\partial^2 A_1+\partial^2 A_2++aA_1+aA_2+b(A_1^2+2A_1A_2+A_2^2)=0 \tag{25}$$

将（24）式代入上式得 $2bA_1A_2=0$，即有 $A_1=0$ 或 $A_2=0$。非线性方程的两个特解的线性叠加不再是原方程的解，然而现有规范场理论恰恰违背这个数学原则。按照弱电统一理论，轻子与规范场的相互作用拉氏量是【1】:

$$\mathcal{L}_I=\bar{L}\left(\frac{g}{2}\gamma_\mu\tau\cdot A_\mu-\frac{g'}{2}\gamma_\mu B_\mu\right)L-g'\bar{l}_R\gamma_\mu B_\mu l_R$$

$$=\left|\bar{\nu}_L,\bar{l}_L\right|\frac{\gamma_\mu}{2}\begin{vmatrix} gA_\mu^3-g'B_\mu & g(A_\mu^1-iA_\mu^2) \\ g(A_\mu^1+iA_\mu^2) & -gA_\mu^3+g'B_\mu \end{vmatrix}\begin{vmatrix}\nu_L \\ l_L\end{vmatrix}-g'\bar{l}_R\gamma_\mu B_\mu l_R \tag{26}$$

为了与实验进行比较，相互作用拉氏量中非阿贝尔规范粒子波函数不是直接用 A_μ^α 表示，而是需要用成规范粒子的质量本征态 $W_\mu^\pm$ 和 Z_μ^0 来表示。为此令：

$$W_\mu^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1+iA_\mu^2) \qquad W_\mu^-=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1-iA_\mu^2) \tag{27}$$

$$Z_\mu=cos\vartheta_w A_\mu^3-sin\vartheta_w B_\mu \tag{28}$$

$$A_\mu=sin\vartheta_w A_\mu^3+cos\vartheta_w B_\mu \tag{29}$$

其中 A_μ 是光子的场，B_μ 是 U ① 规范场，ϑ_W 是温伯格角，$tg\,\vartheta_W=g'/g$。（26）式变成：

$$\mathcal{L}_I=\frac{g}{2\sqrt{2}}\left[W_\mu^+\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)l+W_\mu^-\bar{l}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu\right]$$

$$+\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{4\sqrt{2}}Z_\mu\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu+\bar{l}\gamma_\mu(4\sin^2\vartheta_W-1+\gamma_5)l\right] \tag{30}$$

以下证明这种做法会产生严重的问题。首先，如果 A_μ 是光子场，满足的是（14）式的运动方程。

将（29）式代入（14）式（不考虑洛伦兹规范条件），就有：

$$\partial^2 A_\nu - \partial_\mu \partial_\nu A_\mu = sin\vartheta_W(\partial^2 A_\nu^3 - \partial_\mu \partial_\nu A_\mu^3) + cos\vartheta_W(\partial^2 B_\nu - \partial_\mu \partial_\nu B_\nu) = 0 \qquad (31)$$

另一方面，按照定义，B_μ 是无质量的 U ① 阿贝尔规范场，满足的运动方程是：

$$\partial^2 B_\mu - \partial_\mu \partial_\nu B_\nu = 0 \qquad (32)$$

从（31）式就得到：

$$\partial^2 A_\nu^3 - \partial_\mu \partial_\nu A_\mu^3 = 0 \qquad (33)$$

也就是说非阿贝规范场 A_ν^3 满足的是阿贝尔规范场的运动方程，这与前提矛盾。因此（29）式不成立，非阿贝规范场与阿贝尔规范场不能线性叠加。事实上，A_μ^3 满足的是运动方程（11）式，我们有：

$$\partial^2 A_\nu^3 - \partial_\mu \partial_\nu A_\mu^3 + 2gf^{3\beta\gamma} A_\mu^\beta \partial_\mu A_\nu^\gamma + gf^{3\beta\gamma}(A_\mu^\gamma \partial_\nu A_\mu^\beta + A_\nu^\gamma \partial_\mu A_\mu^\beta)$$

$$+ g^2 f^{3\sigma\rho} f^{\rho\beta\gamma} A_\mu^\sigma A_\mu^\beta A_\nu^\gamma = 0 \qquad (34)$$

将（34）式乘上 $sin\vartheta_W$ 后两边减去（31）式第二个等号的两边，并考虑（32）式，得：

$$sin\vartheta_W\left[2gf^{3\beta\gamma} A_\mu^\beta \partial_\mu A_\nu^\gamma + gf^{3\beta\gamma}(A_\mu^\gamma \partial_\nu A_\mu^\beta + A_\nu^\gamma \partial_\mu A_\mu^\beta) + g^2 f^{3\sigma\rho} f^{\rho\beta\gamma} A_\mu^\sigma A_\mu^\beta A_\nu^\gamma\right] = 0 \qquad (35)$$

可见如果光子场用（29）式的线性叠加方式表示，非阿贝规范势 A_μ^α 之间就存在（35）式的约束条件。这个条件与规范场运动方程（11）式表示的 A_μ^α 之间的关系是不一样，显然是不可能的。

对于 $W_\mu^\pm$ 和 Z_μ^0 粒子，如果它们仍然是非阿贝规范场，也应当满足（11）式的运动方程。令 $W_\nu^+ = W_\nu^1$，$W_\nu^- = W_\nu^2$，$Z_\nu = W_\nu^3$，对于 W_ν^1 有：

$$\partial^2 W_\nu^1 - \partial_\mu \partial_\nu W_\mu^1 + 2gf^{1\beta\gamma} W_\mu^\beta \partial_\mu W_\nu^\gamma + gf^{1\beta\gamma}(W_\mu^\gamma \partial_\nu W_\mu^\beta + W_\nu^\gamma \partial_\mu W_\mu^\beta)$$

$$+ g^2 f^{1\sigma\rho} f^{\rho\beta\gamma} W_\mu^\sigma W_\mu^\beta W_\nu^\gamma = 0 \qquad (36)$$

将（27）式的 W_ν^1 代入（36）式，得到的是一个非常复杂的方程 $G(A_\mu^\alpha) = 0$。另外，由于 A_μ^1 和 A_μ^2 满足（11）式，有：

$$\partial^2 A_\nu^1 - \partial_\mu \partial_\nu A_\mu^1 + 2gf^{1\beta\gamma} A_\mu^\beta \partial_\mu A_\nu^\gamma + gf^{1\beta\gamma}(A_\mu^\gamma \partial_\nu A_\mu^\beta + A_\nu^\gamma \partial_\mu A_\mu^\beta)$$

$$+ g^2 f^{1\sigma\rho} f^{\rho\beta\gamma} A_\mu^\sigma A_\mu^\beta A_\nu^\gamma = 0 \qquad (37)$$

$$\partial^2 A_\nu^2 - \partial_\mu \partial_\nu A_\mu^2 + 2gf^{2\beta\gamma} A_\mu^\beta \partial_\mu A_\nu^\gamma + gf^{2\beta\gamma}(A_\mu^\gamma \partial_\nu A_\mu^\beta + A_\nu^\gamma \partial_\mu A_\mu^\beta)$$

$$+ g^2 f^{2\sigma\rho} f^{\rho\beta\gamma} A_\mu^\sigma A_\mu^\beta A_\nu^\gamma = 0 \qquad (38)$$

将（38）式乘上虚数 i 后与（37）式相加，得到的结果与从（36）式得到的 $G(A_\mu^\alpha) = 0$ 不可能一样。要使它们相等，就要有一个约束条件 $F(A_\mu^\alpha) = 0$，结果同样导致规范势 A_μ^α 之间的关系与（11）式的关系不一样。

如果线性叠加后得到的 W_ν^+ 粒子变成一般的标量粒子，满足的运动方程是（13）式，也会得到一个与（35）式类似的约束条件。事实上按照这种做法，对于四个叠加后的规范场，我们会得到四

组约束条件，以至于四个规范势要满足八组方程。显然，通过非线性阿贝尔规范场方程解的叠加来构成$W^{\pm}$和Z^0粒子是不可能的，除非A_μ^α是阿贝规范场，满足的是线性的运动方程。

由于物理上实际存在的是$W_\mu^{\pm}$、Z_μ^0和A_μ场，与实际实验进行比较的是（30）式，而不是（26）式。要使（26）~（30）式同时成立，规范场A_μ^α的运动方程必须是线性的。因此弱电统一理论不能用非阿贝规范场来构造，只能用阿贝规范场来构造。

由于拉氏量（1）式关于A_μ^α是非线性的，（22）~（24）式的线性叠加同样会导致拉氏量的形式的改变及其规范对称性的破坏。事实上，从（22）~（24）式解出A_μ^α，得：

$$A_\mu^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^- + W_\mu^+) \qquad\qquad A_\mu^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu^- - W_\mu^+)$$

$$A_\mu^3 = \sin\vartheta_w A_\mu + \cos\vartheta_w Z_\mu \qquad\qquad B_\mu = cos\vartheta_w A_\mu - \sin\vartheta_w Z_\mu \tag{39}$$

令$W_\mu^+ = W_\mu^1$，$W_\mu^- = W_\mu^2$，$Z_\mu = W_\mu^3$和$A_\mu = W_\mu^4$，将（39）式简写为$A_\mu^\alpha = a^{\alpha\beta} W_\mu^\beta$，代入（2）式，可得：

$$F_{\mu\nu}^\alpha = a^{\alpha\beta}(\partial_\mu W_\nu^\beta - \partial_\nu W_\mu^\alpha) + gf^{\alpha\beta\gamma} a^{\beta\sigma} a^{\gamma\rho} W_\mu^\sigma W_\nu^\rho$$

$$\neq \partial_\mu W_\nu^\alpha - \partial_\nu W_\mu^\alpha + gf^{\alpha\beta\gamma} W_\mu^\beta W_\nu^\gamma \tag{40}$$

假设拉氏量仍然具有（1）式的形式，用W_μ^α来表示时$\mathcal{L}_0(W_\mu^\alpha,\ \partial_\nu W_\mu^\alpha)$的具体形式就与用$A_\mu^\alpha$表示时的$\mathcal{L}_0(A_\mu^\alpha,\ \partial_\nu A_\mu^\alpha)$不一样。然而$W_\mu^\alpha$和$A_\mu^\alpha$都是非阿贝尔规范场，它们的规范场强和拉氏量的形式不可能不一样。尤其是$\mathcal{L}_0(W_\mu^\alpha,\ \partial_\nu W_\mu^\alpha)$中含有的$W_\mu^4 = A_\mu$是电磁场，不是非阿贝规范场，因此$\mathcal{L}_0(W_\mu^\alpha,\ \partial_\nu W_\mu^\alpha)$与$\mathcal{L}_0(A_\mu^\alpha,\ \partial_\nu A_\mu^\alpha)$在本质上是不同的。如果用（40）式的$F_{\mu\nu}^\alpha$表示非阿贝尔规范场强，我们不知道$\mathcal{L}_0(W_\mu^\alpha,\ \partial_\nu W_\mu^\alpha)$是否仍然能在定域规范变换下保持不变。即使能够保持不变，W_μ^α的变换形式与（4）式一般也不可能一样，即：

$$W_\mu'^\alpha(x) \neq W_\mu^\alpha(x) + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta(x) W_\mu^\gamma(x) - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^\alpha(x) \tag{41}$$

如果用（40）式的$F_{\mu\nu}^\alpha$表示非阿贝尔规范场强，用W_μ^α来表示的规范场运动方程就不可能具有（11）式的形式，即：

$$\partial^2 W_\nu^\alpha - \partial_\mu \partial_\nu W_\mu^\alpha + 2gf^{\alpha\beta\gamma} W_\mu^\beta \partial_\mu W_\nu^\gamma + gf^{\alpha\beta\gamma}(W_\mu^\gamma \partial_\nu W_\mu^\beta + W_\nu^\gamma \partial_\mu W_\mu^\beta)$$

$$+ g^2 f^{\alpha\sigma\rho} f^{\rho\beta\gamma} W_\mu^\sigma W_\mu^\beta W_\nu^\gamma \neq 0 \tag{42}$$

然而W_μ^α和A_μ^α都是非阿贝尔规范场，它们的运动方程不可能不一样。一般而言，（42）式也不可能具有定域规范不变性。因此杨–米尔斯的非阿贝规范场理论不具有一致性。从本质上看，这些问题都是由非阿贝尔规范场运动方程的非线性引起的。

6. 粒子物理学相互作用理论没有定域规范不变性

6.1 电磁场的拉氏量和运动方程的定域规范变换

进一步的研究表明，按照（1）~（3）式的定义，粒子物理学的大多数相互作用过程都是没有定

域规范不变性的。为了说清这个问题，我们有必要考察电磁场、实标量场、复标量场和旋量场的自由拉氏量、相互作用拉氏量和运动方程的定域规范变换。

在（6）式中令 $f^{\alpha\beta\gamma}=0$，得到自由电磁场的场强 $F_{\mu\nu}$，拉氏量则为：

$$\mathcal{L}_0=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu}=-\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu)^2 \qquad (43)$$

在（4）式中令 $f^{\alpha\beta\gamma}=0$，得到电磁势的变换规则：

$$A'_\mu=A_\mu-\frac{1}{g}\partial_\mu\theta \qquad (44)$$

自由电磁场拉氏量的变换规则是：

$$\mathcal{L}_0\to\mathcal{L}'_0=-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu-\frac{1}{g}\partial_\mu\partial_\nu\theta-\partial_\nu A_\mu+\frac{1}{g}\partial_\nu\partial_\mu\theta\right)^2$$

$$=-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu\right)^2=\mathcal{L}_0 \qquad (45)$$

因此自由电磁场的拉氏量具有定域规范不变性。如果不考虑洛伦兹条件，电磁场的运动方程（14）式的变换是：

$$\partial^2 A'_\mu-\partial_\mu\partial_\nu A'_\nu=\partial^2 A_\mu-\partial_\mu\partial_\nu A_\nu-\frac{1}{g}(\partial^2\partial_\mu\theta-\partial_\mu\partial^2\theta)=\partial^2 A_\mu-\partial_\mu\partial_\nu A_\nu=0 \qquad (46)$$

如果考虑洛伦兹条件 $\partial_\mu A_\mu(x)=0$，运动方程的变换则是：

$$\partial^2 A'_\mu=\partial^2 A_\mu-\frac{1}{g}\partial^2\partial_\mu\theta\neq\partial^2 A_\mu=0 \qquad (47)$$

只有在 $\theta=$常数的情况下，运动方程不变。也就是说如果考虑洛伦兹条件，电磁场运动方程没有定域规范不变性，但有整体规范不变性。

6.2 实标量场的拉氏量和运动方程的定域规范变换

实标量场的拉氏量是：

$$\mathcal{L}_0(\varphi,\ \partial_\mu\varphi)=-\frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)(\partial_\mu\varphi)-m^2\varphi^2 \qquad (48)$$

按照（1）~（3）式的定义，用 D_μ 代替 ∂_μ 相当于在场 φ 与 A_μ 之间引入相互作用，拉氏量就不是自由粒子的拉氏量。将扩充后包含相互作用的拉氏量写为 $\mathcal{L}$，就有：

$$\mathcal{L}(\varphi,\ D_\mu\varphi)=-\frac{1}{2}(D_\mu\varphi)(D_\mu\varphi)-m^2\varphi^2 \qquad (49)$$

在定域规范变换下有：

$$\mathcal{L}'(\varphi',\ D'_\mu\varphi')=-\frac{1}{2}(D'_\mu\varphi')(D'_\mu\varphi')-m^2\varphi'^2$$

$$=-\frac{1}{2}(e^{-i\theta}D_\mu\varphi)(e^{-i\theta}D_\mu\varphi)-m^2e^{-i2\theta}\varphi^2$$

$$=e^{-i2\theta}\mathcal{L}(\varphi,\ D_\mu\varphi)\neq\mathcal{L}(\varphi,\ D_\mu\varphi) \qquad (50)$$

因此实标量场的拉氏量没有定域规范不变性，即使群参数 $\theta(x)=$常数，$\mathcal{L}'$与 $\mathcal{L}$ 也不相等，除非

$\theta(x)=0$。将（49）式代入拉格朗日方程（9）式，得实标量场的运动方程：

$$\partial_\mu\partial_\mu\varphi-m^2\varphi=\partial^2\varphi-m^2\varphi=0 \tag{51}$$

按照（1）~（3）式的定义，将（51）式扩充为：

$$D_\mu D_\mu\varphi-m^2\varphi=0 \tag{52}$$

（52）式的定域规范变换为：

$$D'_\mu D'_\mu\varphi'-m^2\varphi'=D'_\mu(e^{-i\theta}D_\mu\varphi)-m^2e^{-i\theta}\varphi$$

$$=D'_\mu(e^{-i\theta})(D_\mu\varphi)+e^{-i\theta}D'_\mu D_\mu\varphi-m^2e^{-i\theta}\varphi \tag{53}$$

$$D'_\mu(e^{-i\theta})=(\partial_\mu+A'_\mu)e^{-i\theta}=e^{-i\theta}\left(-i\frac{\partial\theta}{\partial x_\mu}+A'_\mu\right) \tag{54}$$

$$D'_\mu D_\mu\varphi=(\partial_\mu+A'_\mu+A_\mu-A_\mu)D_\mu\varphi=D_\mu D_\mu\varphi+(A'_\mu-A_\mu)D_\mu\varphi \tag{55}$$

将（54）和（55）式代入（53）式，得：

$$D'_\mu D'_\mu\varphi'-m^2\varphi'=e^{-i\theta}\left(-i\frac{\partial\theta}{\partial x_\mu}+2A'_\mu-A_\mu\right)D_\mu\varphi$$

$$+e^{-i\theta}(D_\mu D_\mu\varphi-m^2\varphi)\neq D_\mu D_\mu\varphi-m^2\varphi=0 \tag{56}$$

因此实标量场的运动方程没有定域规范变换不变性。

6.3 复标量场拉氏量和运动方程的定域规范变换

自由复标量场的拉氏量是：

$$\mathcal{L}_0(\varphi^+,\varphi,\partial_\mu\varphi^+,\partial_\mu\varphi)=-(\partial_\mu\varphi^+)(\partial_\mu\varphi)-m^2\varphi^+\varphi \tag{57}$$

其中：
$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1-i\varphi_2) \qquad \varphi^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1+i\varphi_2) \tag{58}$$

式中φ_1和φ_2是实标量场，φ和φ^+代表带电量不同的粒子，二者互为共轭，（1）和（2）式应当写成：

$$\varphi'(x)=e^{-i\theta}\varphi(x) \qquad \varphi'^+(x)=e^{i\theta}\varphi^+(x)$$

$$D'\varphi'(x)=e^{-i\theta}\varphi(x) \qquad D'\varphi'^+(x)=e^{i\theta}\varphi^+(x) \tag{59}$$

将拉氏量（57）式扩充为：

$$\mathcal{L}=-\frac{1}{2}(D_\mu\varphi^+)(D_\mu\varphi)-\frac{m^2}{2}(\varphi^+\varphi) \tag{60}$$

其中包含φ和φ^+与A_μ的相互作用，（60）式的定域规范变换是：

$$\mathcal{L}'=-\frac{1}{2}(D'_\mu\varphi'^+)(D'_\mu\varphi')-\frac{m^2}{2}(\varphi'^+\varphi')=-\frac{1}{2}(D_\mu\varphi^+)(D_\mu\varphi)-\frac{m^2}{2}(\varphi^+\varphi)=\mathcal{L} \tag{61}$$

因此拉氏量是定域规范变换不变的。自由复标量场的运动方程是：

$$\partial_\mu \partial_\mu \varphi - m^2 \varphi = 0 \qquad\qquad \partial_\mu \partial_\mu \varphi^+ - m^2 \varphi^+ = 0 \tag{62}$$

与对（51）式的讨论一样，它们都是没有定域规范变换不变性的。

6.4 旋量场的拉氏量和运动方程的定域规范变换

自由旋量场的拉氏量是：

$$\mathcal{L}_0 = -\overline{\psi}(x)(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi(x) \tag{63}$$

按定域规范变换的原则，将它扩充成：

$$\mathcal{L} = -\overline{\psi}(x)(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi(x) \tag{64}$$

其中包含了旋量场与电磁场的相互作用。在（1）~（3）式的变换下，我们有：

$$\psi' = e^{-i\theta_\alpha T_\alpha}\psi \qquad \text{和} \qquad \overline{\psi}' = e^{i\theta_\alpha T_\alpha}\overline{\psi} \tag{65}$$

（64）式的变换是：

$$\mathcal{L}' = -\overline{\psi}'(\gamma_\mu D'_\mu + m)\psi' = -\overline{\psi}(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi = \mathcal{L} \tag{66}$$

因此旋量场的拉氏量是定域规范变换不变的。旋量场的运动方程是：

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi = 0 \tag{67}$$

将它扩充为：

$$(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi = 0 \tag{68}$$

按照（1）~（3）式的变换，就有：

$$(\gamma_\mu D'_\mu + m)\psi' = e^{-i\theta_\alpha T_\alpha}(\gamma_\mu D_\mu + m)\psi = 0 \tag{69}$$

因此旋量场运动方程是定域规范变换不变的。电磁势的运动方程是：

$$\partial^2 A_\mu = -J_\mu \tag{70}$$

其中电磁流是：

$$J_\mu = \frac{ie}{2}(\overline{\psi}\gamma_\mu \psi - \psi^T \gamma_\mu^T \overline{\psi}^T) \tag{71}$$

考虑（65）式，J_μ 是定域规范不变的。按照（47）式，$\partial^2 A_\mu$ 不是定域规范不变的，因此非自由电磁场的运动方程（70）式没有定域规范不变性，但有整体规范不变性。

6.5 弱电统一相互作用的定域规范变换

以上讨论的运动方程是用来确定波函数的，然而量子场论在计算实际物理过程的跃迁几率时，采用的是以下量子态随时间的演化方程：

$$i\frac{\partial}{\partial t}|t\rangle = \mathcal{H}_I(x)|t\rangle \tag{72}$$

其中相互作用哈密顿量 $\mathcal{H}_I = -A_\mu J_\mu = -\mathcal{L}_I$，$\mathcal{L}_I$ 是相互作用拉氏量。我们需要讨论（72）式的定

域规范变换问题。对于电磁相互作用，我们有：

$$\mathcal{H}_I = -\frac{ie}{2} A_\mu (\overline{\psi}\gamma_\mu \psi - \psi^T \gamma_\mu^T \overline{\psi}^T) \tag{73}$$

电磁场的变换用（44）式表示，考虑（65）式，就有：

$$\mathcal{H}'_I = -\frac{ie}{2} A'_\mu (\overline{\psi}'\gamma_\mu \psi' - \psi'^T \gamma_\mu^T \overline{\psi}'^T)$$

$$= -\frac{ie}{2}\left(A_\mu(x) - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta\right)(\overline{\psi}\gamma_\mu \psi - \psi^T \gamma_\mu^T \overline{\psi}^T) \neq \mathcal{H}_I \tag{74}$$

因此旋量场与电磁场的相互作用拉氏量没有定域规范不变性，或者说电磁相互作用的跃迁几率没有定域规范不变性，原因在于电磁势本身没有定域规范不变性。如果群参数 $\theta(x) =$ 常数，相互作用拉氏量保持不变。因此旋量场与电磁场的相互作用具有整体规范不变性，没有定域规范不变性。

弱相互作用拉氏量用（26）表示，由于非阿贝规范势 A_μ^α 没有定域规范不变性，相互作用拉氏量在定域规范变换下不能保持不变。即使群参数 $\theta^\alpha(x) =$ 常数，按照（4）式仍然有：

$$A'^\alpha_\mu(x) = A^\alpha_\mu(x) + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A^\gamma_\mu(x) \tag{75}$$

因此相互作用拉氏量（26）即没有定域规范不变性，也没有整体规范不变性。

当拉氏量用质量本征态来表示时，由于 W_μ^+、W_μ^- 和 Z_μ 仍然不具有定域规范不变性，（30）式也是没有规范不变性的。除此之外，（30）式中中微子和轻子波函数的定域规范变换为：

$$\nu(x) \to e^{-i\theta_\nu(x)}\nu(x) \qquad\qquad l(x) \to e^{-i\theta_l(x)}\nu(x) \tag{76}$$

因此有 $\overline{\nu} l \to e^{i(\theta_\nu - \theta_l)}\overline{\nu} l \neq \overline{\nu} l$，结果也使相互作用的定域规范不变性不可能存在。即使令 $\theta_\nu =$ 常数和 $\theta_l =$ 常数，但一般而言我们有 $\theta_\nu \neq \theta_l$，因此连整体规范不变性都不存在。强相互作用过程的情况也一样，就不赘述。

6.6 传播函数的定域规范变换

量子场论中，电磁场的传播函数定义为：

$$D_F(x_1 - x_2)_{\mu\nu} = \theta(t_1 - t_2)\left[A_\mu^{(-)}(x_1),\ A_\nu^{(+)}(x_2)\right] + \theta(t_2 - t_1)\left[A_\nu^{(-)}(x_2),\ A_\mu^{(+)}(x_1)\right] \tag{77}$$

按照电磁场规范变换公式（44），得：

$$D'_F(x_1 - x_2)_{\mu\nu} = \theta(t_1 - t_2)\left[(A_\mu^{(-)} - \partial_\mu\theta/g),\ (A_\nu^{(+)} - \partial_\nu\theta/g)\right]$$

$$+\theta(t_2 - t_1)\left[(A_\nu^{(-)} - \partial_\nu\theta/g),\ (A_\mu^{(+)} - \partial_\mu\theta/g)\right] \neq D_F(x_1 - x_2)_{\mu\nu} \tag{78}$$

因此电磁场传播函数没有定域规范不变性。

规范场的传播函数也一样，其基本定义也应当是：

$$D_F^{\alpha\beta}(x_1 - x_2)_{\mu\nu} = \theta(t_1 - t_2)\left[A_\mu^{\alpha\,(-)}(x_1),\ A_\nu^{\beta\,(+)}(x_2)\right] + \theta(t_2 - t_1)\left[A_\nu^{\beta\,(-)}(x_2),\ A_\mu^{\alpha\,(+)}(x_1)\right] \tag{79}$$

只是我们无法得到运动方程的解，无法把传播函数具体算出来。按照（4）式的变换，A_μ^α 不是定域规范不变量，我们同样有：

$$D_F'^{\alpha\beta}(x_1-x_2)_{\mu\nu}=D_F^{\alpha\beta}(x_1-x_2)_{\mu\nu} \tag{80}$$

因此非阿贝尔规范场的传播函数也是没有定域规范不变性的。

复标量场的传播函数定义为：

$$\Delta_F(x_1-x_2)=\theta(t_1-t_2)\left[\varphi^{(-)}(x_1),\ \varphi^{+(+)}(x_2)\right]+\theta(t_2-t_1)\left[\varphi^{+(-)}(x_2),\ \varphi^{(+)}(x_1)\right] \tag{81}$$

由于 $\varphi^{(-)}$ 和 $\varphi^{+(+)}$ 互为共复轭：

$$\varphi^{(-)}(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\frac{d^3p}{\sqrt{2E}}a(p)e^{-ipx}\qquad \varphi^{+(+)}(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int_{p=-\infty}^{p=+\infty}\frac{d^3p}{\sqrt{2E}}a^+(p)e^{ipx} \tag{82}$$

因此定域规范变换是 $\varphi'^{(-)}=e^{-i\theta}\varphi^{(-)}$ 和 $\varphi'^{+(+)}=e^{i\theta}\varphi^{+(+)}$。同样，$\varphi^{+(-)}$ 与 $\varphi^{(+)}$ 互为共轭，我们有 $\varphi'^{+(-)}=e^{-i\theta}\varphi^{(-)}$ 和 $\varphi'^{+(+)}=e^{-i\theta}\varphi^{+(+)}$。因此复标量场传播函数在定域规范变换下不变：

$$\Delta_F'(x_1-x_2)=\Delta_F(x_1-x_2) \tag{83}$$

旋量场的传播函数定义为：

$$S_F(x_1-x_2)_{\mu\nu}=\theta(t_1-t_2)\left[\psi_\mu^{(-)}(x_1),\ \overline{\psi}_\nu^{(+)}(x_2)\right]+\theta(t_2-t_1)\left[\overline{\psi}_\nu^{(-)}(x_2),\ \psi_\mu^{(+)}(x_1)\right] \tag{84}$$

由于 $\psi^{(-)}$ 和 $\overline{\psi}^{(+)}$ 互为共轭，$\overline{\psi}^{(-)}$ 与 $\psi^{(+)}(x_1)$ 互为共轭，旋量场的传播函数也是定义规范不变的：

$$S_F'(x_1-x_2)_{\mu\nu}=S_F(x_1-x_2)_{\mu\nu} \tag{85}$$

由于粒子物理学的强、弱和电磁相互作用过程计算二阶和更高阶跃迁几率时涉及电磁场和规范场传播函数，从这个角度粒子物理学相互作用也是没有定域规范不变性的。

7. 粒子物理学不需要希格斯机制的假设

因此，粒子物理学只有整体规范不变性，没有定域规范不变性，矢量场的拉氏量可以直接加上质量项。粒子物理学标准理论中，希格斯机制成为多余，我们不需要存在希格斯粒子的假设，也就是说希格斯粒子不存在。

按照现有理论，由于存在定域规范不变性的限制，粒子原先都是没有质量的，在与希格斯粒子发生耦合后才获得质量。设轻子场、规范粒子场、夸克场与希格斯场耦合的拉氏量为【1】：

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_g&=-G_l\eta\,\bar{l}l-\frac{1}{2}g^2\nu\eta W_\mu^+W_\mu^- -\frac{g^2+g'^2}{4}\nu\eta Z_\mu Z_\mu\\&=-G_u(\nu+\eta)\bar{u}u-G_c(\nu+\eta)\bar{c}c-G_d(\nu+\eta)\bar{d}d-G_s(\nu+\eta)\bar{s}s\end{aligned} \tag{86}$$

其中 η 和 ν 代表希格斯场（参数化），$G_l\eta=m_l$ 是轻子的质量，$G_c(\nu+\eta)=m_c$ 是 c 夸克的质量，等等。这种方法存在三个问题。

1. 即使 η 和 ν 已知，其他粒子和希格斯粒子的相互作用常数 G_l 和 G_c 等仍然是未知的，仍然需要实验来确定。在实验上确定 G_l 和 G_c 与测量粒子的质量是等价的，因此希格斯机制作为质量起源

实际上是没有用的。

2. 根据实验希格斯粒子的质量约为 125 GeV，是所有已知粒子中最大的。然而轻子的质量非常小，比如电子的质量约为 0.5 MeV，是希格斯粒子质量的 25 万分之一。如果中微子有质量，二者的差别就更大。如此小的质量需要以如此大的质量作为起源，等于说跳蚤的质量由大象的质量来确定，是非常荒唐的。

3. 按照欧洲大型强子对撞机的实验结果，希格斯粒子产生的概率非常低，大约为万亿分之一。要使如此低概率的粒子成为宇宙中如此众多的稳定和不稳定的粒子的起源，机理何在？除非每个粒子转化成其他粒子时都以希格斯粒子作为中介，否则是无法认为希格斯粒子会是其他粒子的质量起源的。

事实上，在弱电统一理论中，$W^{\pm}$ 和 Z^{0} 粒子的质量的确定与希格斯粒子无关。考虑到费米弱相互作用的四费米子顶角与轻子的两个规范相互作用顶角等效，存在以下关系【1】：

$$\frac{G_f}{\sqrt{2}}=\left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2\left(\frac{1+k^2/M_W^2}{k^2+M_W^2}\right) \tag{87}$$

式中 G_f 是费米弱相互作用常数。在低能条件下令 $k^2\to 0$，就得到：

$$\frac{G}{\sqrt{2}}=\frac{g^2}{8M_W^2} \tag{88}$$

考虑到电荷 $e=gg'/\sqrt{g^2+g'^2}$， $tg\vartheta_W=g'/g$，实验测定 $\sin^2\vartheta_W\approx 0.22$。设质子质量 m_p，按照实验结果，$Gm_p^2=1.01\times 10^{-5}$，$m_p=938MeV$， $e=\sqrt{4\pi/137}$，可得 $m_W\approx 76GeV$，$m_Z=m_W\sqrt{g^2+g'^2}$ $\approx 85GeV$。可见根本不需要希格斯粒子的存在，就能确定 $W^{\pm}$ 和 Z^{0} 粒子的质量。其他粒子的质量实际上都是通过实验确定的，与希格斯粒子完全无关。

8. 结论

杨—米尔斯非阿贝尔规范场理论是标准粒子物理学的基础之一，其核心概念是定域规范不变性。杨振宁和米尔斯当初提出定域规范不变性原理，完全是出于美学上的考虑，不是为了解决什么具体的粒子物理学问题。他们考虑的问题是，电磁场理论有整体规范不变性，粒子物理学是否存在更广义的对称性呢？于是就有了定域规范不变性，说到底它只是物理学家的一种信念。

然而遗憾的是，如果规范场的粒子有质量，非阿贝尔规范场的拉氏量没有这种对称性。为了使规范场粒子获得质量，就需要引入希格斯机制。这就是希格斯粒子的来源，它与定域规范不变性是捆绑在一起的。如果定域规范不变性不成立，就没有希格斯粒子。许多物理学家实际上不清楚这种因果关系，以为定域规范不变性是量子场理论能够重整化的必要条件。事实上如果不采用非阿贝尔规范场，而是采用其他方式构造粒子物理学，并不意味着理论不能重整化。因此对于重整化而言，定域规范不变性不是充要条件。

由于非阿贝尔规范场方程至今没有解，我们实际上不知道其波函数的具体形式。现有弱电统一理论在实际计算跃迁几率，构造相互作用拉氏量和费曼图时，都用指数形式的自由粒子波函数代替非阿贝尔规范粒子波函数。非阿贝规范场的传播函数与运动方程的非线性项无关，与阿贝规范场的传播函数实际上是一样的。计算结果的有效性说明，非阿贝尔规范场和定域规范不变性只是表面文章，实际上不是必要的。

弱电统一理论构造相互作用拉氏量时，需要引入一组线性变换，将非阿贝尔规范场转换成物理上可测量的质量本征态场。然而根据数学规则，非线性微分方程的两个特解的线性叠加不再是原方程的解。因此通过叠加后得到的场就不是同类的规范场，拉氏量和运动方程都不具有规范对称性。如果认为仍然是同类的规范场，就会导致四组约束条件，但四个规范粒子满足八组方程是不可能的，除非非阿贝尔规范场变成阿贝尔规范场。因此粒子物理学理论只能用阿贝尔规范场描述，可不能用非阿贝规范场描述。

由于电磁势和规范势本身没有定域规范不变，导致相互作用拉氏量和规范场传播函数都没有定域规范不变性，粒子物理学相互作用过程的跃迁几率也就没有定域规范不变性的。现有非阿贝规范场理论实际上只证明自由非阿贝规范场和自由复标量场的拉氏量有定域规范不变性，粒子物理学的大多数过程都是没有定域规范不变性。

由于实际上不存在定域规范不变性，有质量的矢量场拉氏量和运动方程中可以直接加上质量项，我们不需要引入希格斯机制。在粒子物理学标准模型中，希格斯机制成为多余，作为其他粒子质量起源的希格斯粒子是不存在的。欧洲大型强子对撞机上发现的，所谓的希格斯粒子到底是什么？是某种已知中性粒子的高能共振态，还是新的粒子？这里是否出现新物理，物理学家需要重新考虑。

在本问题的研究过程中，作者阅读了美国田纳西大学物理天文系王令隽教授关于粒子物理学现状分析的一些文章。王令隽先生眼光独到，看问题入木三分，而且敢想敢说，本人深受启发，特表示感谢。

参考文献

1. 胡瑶光，规范场论，华东师范大学出版社，1984，p. 9, 27, 50, 52, 58.
2. 戴元本，相互作用的规范理论，科学出版社，1987，p. 23.
3. 邹国兴，量子场论导论，科学出版社，1980，p. 125, 128.