非阿贝尔规范场运动方程的规范变换必须满足的约束条件和规范场理论不需要希格斯机制的证明

梅 晓 春

（福州原创物理研究所）

内容摘要 本文指出，现有非阿贝耳规范场理论只要求拉氏量在规范变换下保持不变，却忽略规范场运动方程在规范变换下也必须保持不变。如果规范场运动方程在规范变换下不能保持不变，理论是没有意义的。目前的规范场理论引入希格斯机制，但并没有真正彻底地解决问题。本文证明，要使非阿贝尔规范场的运动方程对规范变换保持不变，就必须在一个在群参数与规范势之间建立的一个约束关系。考虑到这个约束关系后，可以将规范粒子的质量项直接加入拉氏量和运动方程，并使理论仍然保持规范不变性。本文同时证明，考虑到约束条件后，规范场相互作用理论仍然可以重整的。因此希格斯机制成为多余，也就是说粒子物理学的标准模型中我们实际上不需要希格斯粒子的假设，强相互作用中的CP破坏问题也能从根本上得到解决。由于引入希格斯机制仍然不可能使非阿贝尔规范运动方程保持规范不变，希格斯机制实际上是没有用的。我们需要重新考虑欧洲大型超导对撞机上发现的，被称为希格斯粒子的新粒子到底是什么。

关键词：非阿贝耳规范场，定域规范变换，希格斯机制，重整化，强CP破坏

一．前 言

在文献【1】中作者指出，杨—米尔斯非阿贝尔规范场方程至今没有找到任何解。为了能够计算跃迁几率，目前的理论实际上是用指数形式的自由粒子波函数代替非阿贝尔规范粒子波函数，相互作用哈密顿量和费曼图也是用指数形式的波函数来构造。这个事实意味着，我们实际上不能用非阿贝尔规范场来做实际计算，或者说定域规范不变性实际上不成立。

此外，弱电统一理论用非阿贝尔规范场的线性叠加来构造$W^{\pm}$、Z^0粒子和光子场。该文证明这会导致四个约束条件，以至于四个规范粒子要满足八个方程，这显然是不可能的。因此弱电统一理论实际上不能非阿贝尔规范场来描述，定域规范不变性是不成立的。

本文继续讨论非阿贝尔规范场运动方程的规范不变问题。以往的理论只讨论非阿贝尔规范场拉氏量的变换，没有讨论运动方程的不变性。量子场论采用相互作用表象，用自由场的波函数构造相互作用拉氏量。量子场的形式由场方程确定，而不是由拉氏量确定，因此自由场运动方程的规范不变性比自由场拉氏量的不变性更重要。

本文证明，即使不考虑文献【1】的结果，非阿贝尔规范场的运动方程实际上仍然不能对定域规范变换保持不变。要使非阿贝尔规范场的运动方程对规范变换保持不变，就必须在一个在群参数与

规范势之间建立的一个约束关系。考虑到约束条件后，规范场相互作用理论仍然可以重整的。因此希格斯机制成为多余，从而进一步说明，粒子物理学标准模型中不需要希格斯粒子的假设。

我们先来阐明量子场论中拉氏量与场方程的关系。在经典力学中有一个最小作用量原理，用来从物理系统的拉氏量导出场的运动方程。最小作用量原理表述如下。对于任何力学系统，设其拉氏量为$L(t)$，则存在一个对时间积分作用量A，其形式为：

$$A=\int_{t_1}^{t_2} L(t)dt \tag{1}$$

最小作用量原理认为，对于实际的应当过程，上述积分取最小值，即$\delta\ A=0$。对于某个自由粒子量子场$\varphi(x)$，拉氏密度量可以写为：

$$\mathcal{L}(x)=\mathcal{L}\left(\varphi(x),\ \partial_\mu\varphi(x)\right) \tag{2}$$

将（2）式代入$\delta\ A=0$，得：

$$\delta\ A=\int_{t_1}^{t_2}\ \mathcal{L}\left(\varphi(x),\ \partial_\mu\varphi(x)\right)d^3xdt=\int_{(a)}^{(b)}\ \mathcal{L}\left(\varphi(x),\ \partial_\mu\varphi(x)\right)d^4x=0 \tag{3}$$

利用变分法计算，从（3）式得到量子场论的拉格朗日方程，简称为场方程：

$$\frac{\partial}{\partial\varphi(x)}\mathcal{L}(x)-\partial_\mu\left(\frac{\partial}{\partial[\partial_\mu\varphi(x)]}\mathcal{L}(x)\right)=0 \tag{4}$$

我们知道，运动方程是描述物理过程最重要最基本的形式。拉氏量则通过运动方程与物理过程建立联系，最小作用量原理在其中起到桥梁的作用。事实上对于一个实际物理过程，构造其理论的程序是相反的。我们总是先通过实验了解其运动特性，建立它的运动方程，然后再设法构造它的拉氏量，使之满足最小作用量原理。

因此，如果我们考察一个物理过程是否满足某种对称性，首先要考虑的是它的运动方程，而不是仅仅它的拉氏量。事实上如（4）式所示，即使拉氏量$\mathcal{L}$满足某种对称性，场方程未必也能满足。反之亦然，场方程满足某种对称性时，未必需要$\mathcal{L}$也满足这种对称性。换句话说，只要场的运动方程满足某种对称性，我们就可以说物理过程具有某种对称性。至于自由场的拉氏量是否满足这种对称性，则不是主要的。它即可以有对称性，也可以没有对称性，只要运动方程有对称性就足够了。

另外，如果系统包含多种量子场，就要考虑不同量子场之间的相互作用拉氏量。例如包含旋量场与电磁场的系统，总的拉氏量就应当写为：

$$\mathcal{L}(x)=\mathcal{L}_\psi(x)+\mathcal{L}_e(x)+\mathcal{L}_I(x) \tag{5}$$

其中 $\mathcal{L}_\psi(x)$是自由旋量场的拉氏量，$\mathcal{L}_A(x)$是自由电磁场的拉氏量，$\mathcal{L}_I(x)$是旋量场和电磁场的相互作用拉氏量。将（5）式代入（4）式，得到包含相互作用的运动方程。量子场论中证明，相互作用拉氏量与相互作用哈密顿量相差一个负号，即$\mathcal{L}_I(x)=-\mathcal{H}_I(x)$。对于旋量场与电磁场的相互作用，我们有：

$$\mathcal{L}_\psi(x)=-\frac{1}{2}\overline{\psi}(\gamma_\mu\partial_\mu+m)\psi-\frac{1}{2}\psi^\tau(\gamma_\mu^\tau\partial_\mu-m)\overline{\psi}^\tau \tag{6}$$

$$\mathcal{L}_e(x) = -\frac{1}{2}\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_I(x) = -\mathcal{H}_I(x) = j_\mu(x) A_\mu(x) \qquad j_\mu(x) = \frac{ie}{2}(\overline{\psi}\gamma_\mu\psi - \psi^\tau\gamma_\mu^\tau\overline{\psi}^\tau) \tag{8}$$

量子场论采用相互作用表象，量子态随时间变化的运动方程是：

$$\partial_t |t\rangle = \mathcal{H}_I |t\rangle \tag{9}$$

因此只要知道相互作用哈密顿量的形式，就可以计算量子过程的跃迁几率。然而需要强调的是，相互作用拉氏量不等于自由场的拉氏量。如果微观相互作用过程满足某种对称性，就要求相互作用拉氏量也满足这种对称性，但并不要求自由场的拉氏量也满足这种对称性。

当然，从更基本的起源看，场方程的对称性起源于最小作用量原理的对称性。如果对于某个物理过程，最小作用量原理没有对称性，场的运动方程也没有这种对称性。只是由于最小作用量原理的表述方式是一种很形式化的东西，在实际的应用过程中，我们仅需考虑场运动方程的对称性。

然而在杨—米尔斯非阿贝尔规范场理论中，我们至今仅考虑自由场和相互作用拉氏量的规范不变性，从来没有考虑运动方程的规范不变性。这显然是不合理的，仅有拉氏量的规范对称性是不够的。本文证明，要使非阿贝尔规范场的运动方程在规范变换下保持不变，就需要引入一个在群参数与规范势之间建立的约束条件。考虑到这个约束条件后，就可以将规范粒子的质量项直接加入拉氏量和运动方程，并使理论仍然保持规范不变性。

本文同时证明，考虑到约束条件后，规范场相互作用理论仍然可以重整的。因此希格斯机制成为多余，也就是说粒子物理学的标准模型中我们实际上不需要希格斯粒子的假设，强相互作用中的 CP 破坏问题也能从根本上得到解决。由于引入希格斯机制仍然不可能使非阿贝尔规范运动方程保持规范不变，希格斯机制实际上是没有用的。至于欧洲大型超导对撞机上发现的，被称为希格斯粒子的新粒子到底是什么，则需要物理学家重新考虑。

二. 非阿贝尔规范场运动方程规范变换必须满足的约束条件

2.1 非阿贝尔规范场的拉氏量

按杨—米尔斯规范理论，为了使粒子系统的拉氏量在定域规范变换下保持不变，场量 $\phi(x)$ 和它的协变导数的变换规律应为：

$$\phi'(x) = \exp\left[-i\theta^\alpha(x)T^\alpha\right]\phi(x) \tag{10}$$

$$D'_\mu(x)\phi'(x) = \exp\left[-i\theta^\alpha(x)T^\alpha\right]D_\mu(x)\phi(x) \tag{11}$$

$$D_\mu(x) = \partial_\mu + A_\mu(x) \qquad A_\mu(x) = -i\,g\,A_\mu^\alpha(x)T^\alpha \tag{12}$$

式中 $\theta^\alpha(x)$ 为群参数，其函数形式被认为可以是任意的。从（11）式可以得到非阿贝尔规范势 A_μ^α 在无穷小变换下的变换规律：

$$A'^{\alpha}_{\mu}(x) = A^{\alpha}_{\mu}(x) + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^{\beta}(x)A^{\gamma}_{\mu}(x) - \frac{1}{g}\partial_{\mu}\theta^{\alpha}(x) \tag{13}$$

规范场强的定义和它的无穷小规范变换则为：

$$F^{\alpha}_{\mu\nu}(x) = \partial_{\mu}A^{\alpha}_{\nu}(x) - \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}(x) + gf^{\alpha\beta\gamma}A^{\beta}_{\mu}(x)A^{\gamma}_{\nu}(x) \tag{14}$$

$$F'^{\alpha}_{\mu\nu}(x) = F^{\alpha}_{\mu\nu}(x) + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^{\beta}(x)F^{\gamma}_{\mu\nu}(x) \tag{15}$$

由此可以证明无质量的非阿贝尔规范场拉氏量：

$$\mathcal{L}_0\left[A^{\alpha}_{\mu}(x), \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}(x)\right] = -\frac{1}{4}F^{\alpha}_{\mu\nu}(x)F^{\alpha}_{\mu\nu}(x) \tag{16}$$

在规范变换下保持不变，但有质量的规范场的拉氏量还包含 $A^{\alpha}_{\mu}A^{\alpha}_{\mu}$ 项，在规范变换下不能保持不变。

2.2 非阿贝尔规范场运动方程没有规范变换不变性

然而目前的非阿贝尔规范场理论只考虑拉氏量在规范变换下保持不变，却没有考虑规范场的运动方程在规范变换下也必须保持不变。在量子场论中我们知道，从规范场拉氏量可以导出规范场的运动方程。在推导过程中我们必须将拉氏量代入拉氏量运动方程，因此拉氏量和拉氏量的运动方程是两个独立的概念。事实上拉氏量运动方程是从最小作用量原理导出的，而规范场的拉氏量是独立定义的。我们必须证明拉氏量和最小作用量原理同时对规范变换保持不变，这等效于同时证明拉氏量和规范场运动方程对规范变换保持不变。然而至今为止我们并没有证明，最小作用量原理或量子场论的拉氏量运动方程对规范变换也保持不变。事实上拉氏量运动方程是：

$$\frac{\partial}{\partial A^{\alpha}_{\mu}}\mathcal{L}_0\left[A^{\alpha}_{\mu}(x), \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}(x)\right] - \frac{\partial}{\partial x_{\nu}}\frac{\partial}{\partial(\partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu})}\mathcal{L}_0\left[A^{\alpha}_{\mu}(x), \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}(x)\right] = 0 \tag{17}$$

将（16）式代入（17）式进行计算，就得到规范场的运动方程【1】:

$$\partial_{\mu}F^{\alpha}_{\mu\nu}(x) + gf^{\alpha\beta\rho}A^{\beta}_{\mu}(x)F^{\rho}_{\mu\nu}(x) = 0 \tag{18}$$

我们目前只是证明（16）式的拉氏量在（13）式的规范变换下保持不变。我们并没有证明（17）式的运动方程在（13）式的规范变换下也保持不变。容易看出在（13）式的变换下，（17）式根本不可能保持不变。原因在于 $A^{\alpha}_{\mu}(x)$ 和 $\partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}(x)$ 都不是规范变换不变量，按（17）式将 $\mathcal{L}_0(A^{\alpha}_{\mu}, \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu})$ 对 $A^{\alpha}_{\mu}(x)$ 和 $\partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}(x)$ 求偏微分后，得到的结果就不可能是规范不变的。事实上拉氏量（16）式的形式与规范场运动方程（18）式的形式完全不一样，在同样一个规范变换下，是不可能同时使二者保持不变的。以下我们通过实际的计算来证明这一点。在（13）和（15）式的变换下，运动方程（18）式变为：

$$\partial_{\mu}F'^{\alpha}_{\mu\nu} + gf^{\alpha\beta\gamma}A'^{\beta}_{\mu}F'^{\gamma}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}(F^{\alpha}_{\mu\nu} + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^{\beta}F^{\gamma}_{\mu\nu})$$

$$+ gf^{\alpha\beta\gamma}\left(A^{\beta}_{\mu} + f^{\beta\rho\sigma}\theta^{\rho}A^{\sigma}_{\mu} - \frac{1}{g}\partial_{\mu}\theta^{\beta}\right)(F^{\gamma}_{\mu\nu} + f^{\gamma\lambda\omega}\theta^{\lambda}F^{\omega}_{\mu\nu}) = 0 \tag{19}$$

再利用（18）式，得：

$$f^{\alpha\beta\gamma}\left[(\partial_\mu\theta^\beta)F^\gamma_{\mu\nu}+\theta^\beta\partial_\mu F^\gamma_{\mu\nu}\right]+gf^{\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\lambda\omega}A^\beta_\mu\theta^\lambda F^\omega_{\mu\nu}$$

$$+gf^{\alpha\beta\gamma}\left(f^{\beta\rho\sigma}\theta^\rho A^\sigma_\mu-\frac{1}{g}\partial_\mu\theta^\beta\right)(F^\gamma_{\mu\nu}+f^{\gamma\lambda\omega}\theta^\lambda F^\omega_{\mu\nu})=0 \qquad (20)$$

容易证明上式的解为：

$$\partial_\mu\theta^\alpha=gf^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A^\gamma_\mu \qquad (21)$$

事实上利用（18）和（21）式，以及考虑群结构常数的反对称性，（20）式左边变为：

$$f^{\alpha\beta\gamma}f^{\beta\rho\sigma}\theta^\rho A^\sigma_\mu F^\gamma_{\mu\nu}-f^{\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\rho\sigma}\theta^\beta A^\rho_\mu F^\sigma_{\mu\nu}+f^{\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\rho\sigma}\theta^\rho A^\beta_\mu F^\sigma_{\mu\nu}$$

$$=-(f^{\alpha\sigma\gamma}f^{\gamma\rho\beta}+f^{\alpha\rho\gamma}f^{\gamma\beta\sigma}+f^{\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\sigma\rho})\ \theta^\rho A^\beta_\mu F^\sigma_{\mu\nu} \qquad (22)$$

由雅可比公式：

$$f^{\alpha\sigma\gamma}f^{\gamma\rho\beta}+f^{\alpha\rho\gamma}f^{\gamma\beta\sigma}+f^{\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\sigma\rho}=0 \qquad (23)$$

可知（22）式为零，因此（21）式就是非阿贝尔规范场的群参数应满足的约束条件。**需要强调的是，约束条件（20）和（21）式不是人为引入的假设，而是规范场运动方程在规范变换后保持不变而产生的必然结果。**约束条件（21）式与规范势有关，这与阿贝尔规范场的情况不一样。

同样，对于非自由的 $SU(N)$ 非阿贝尔规范场（不考虑质量项），当规范粒子与旋量粒子存在相互作用时，规范势满足的运动方程可以写为：

$$\partial_\mu F^\alpha_{\mu\nu}+gf^{\alpha\beta\gamma}A^\beta_\mu F^\gamma_{\mu\nu}=-ig\overline{\psi}\frac{\lambda^\rho}{2}\gamma_\mu\delta_{\mu\nu}\delta^{\alpha\rho}\psi \qquad (24)$$

上式等号右边是规范不变的。因此在 $SU(N)$ 规范变换下，只有群参数的取值满足（21）式的限制时，才能使非自由场的运动方程保持不变。但在目前的理论中，我们实际上只考虑到拉氏量在规范变换下保持不变，忽略了运动方程在规范变换下也必须保持不变。若没有约束条件（17）式，经 $SU(N)$ 规范变换后，非阿贝尔规范场运动方程（24）式中将出现含任意群参数 $\theta^\alpha(x)$ 项，这样的运动方程在物理上没有意义，是不可接受的。

考虑到（21）式后，按（13）式就有 $A'^\alpha_\mu=A^\alpha_\mu$，也就是说对于 $SU(N)$ 规范群，规范势本身必须是一个规范不变量。由于 $\theta^\alpha(x)\neq$ 常数，尽管规范势在规范变换下不变，由（10）、（11）式定义的其他场 $\varphi(x)$ 和它们的协变导数的规范变换仍是有意义的。

我们将群参数可以取任意形式的规范理论称为完全定域规范理论，将群参数不能取任意形式的规范理论称为不完全定域规范理论。一般而言所谓规范场的定域规范不变性只能是不完全定域的规范不变，不可能是完全定域的规范不变。完全定域规范不变性会破坏规范场运动方程的不变性，使规范变换后的运动方程中出现任意群参数，这样的运动方程是没有物理意义的。以下证明放弃完全的定域规范不变性，改用不完全的定域规范不变后，粒子物理学的标准理论中就可以不必引入希格斯机制，但理论依然是可重整化的。引入的约束条件与现有粒子物理实验结果不产生任何冲突，规范场理论的表述能得到大大的简化，变得更为对称与合理。

考虑到质量项后，$SU(2)$ 规范场拉氏量为：

$$\mathscr{L}=-\frac{1}{4}F^{\alpha}_{\mu\nu}F^{\alpha}_{\mu\nu}-\frac{1}{2}m^2_{\alpha}A^{\alpha}_{\mu}A^{\alpha}_{\mu} \tag{25}$$

式中 m_{α} 是 A^{α}_{μ} 场的静止质量。由于规范势本身在非阿贝尔规范变换下保持不变，即 $A'^{\alpha}_{\mu}=A^{\alpha}_{\mu}$，上式在 $SU(2)$ 规范变换下就是不变。也就是说我们可以将质量项直接加入拉氏量和运动方程，不必再引用希格斯机制。因此在考虑规范粒子与其他粒子的相互作用时，可以得到相应的 W,T 恒等式，并证明规范场相互作用理论仍然是可以重整的，理论表述也得到大大的简化，以下详细讨论。

三. 非阿贝尔规范场的量子化和鬼场的作用量

非阿贝尔规范场强 $F^{\alpha}_{\mu\nu}(x)$ 的分量不是独立的，为了将规范场量子化，需要采用场的正则坐标和正则动量。量子化后，规范场的格林函数生成泛函写为：

$$Z[J]=\int[dA^{\alpha}_{\mu}]\delta(F[A^{\alpha}_{\mu}])\det M\exp\left[i\int d^4x\left(-\frac{1}{4}F^{\alpha}_{\mu\nu}F^{\alpha}_{\mu\nu}+J^{\alpha}_{\mu}A^{\alpha}_{\mu}\right)\right] \tag{26}$$

其中 $F[A^{\alpha}_{\mu}]=0$ 是规范条件，$\det M$ 是雅克比行列式。选取库伦规范：

$$\partial_i A^{\alpha}_i=0 \qquad\qquad (i=1,2,3) \tag{27}$$

利用格林函数公式：

$$\partial^2_x G_f(x-y)=\delta^4(x-y) \tag{28}$$

最后的计算结果是【2】:

$$M^{\alpha\beta}_c=\delta_{\alpha\beta}\delta^4(x-y)-gf^{\alpha\beta\gamma}A^{\gamma}_i(x)\partial_{y_i}G(x-y)\delta(x_0-y_0) \tag{29}$$

（29）式的推导结果是严格的，但推导过程是非常复杂的，结果也不是协变的。

为此法捷叶夫—波波夫提出一种简化计算的方法【3】。按法捷叶夫—波波夫理论，规范场中对 $[dA^{\alpha}_{\mu}]$ 的积分是在 A^{α}_{μ} 所张成的整个函数空间中进行的。由规范变换（9）式联系的点描述了函数空间中的一条轨道，不能由这种规范变换联系的 A^{α}_{μ} 处于不同的轨道上。沿着同一条轨道积分时，拉氏量是一个常数，积分就是轨道的体积。无穷多个轨道积分的体积是发散的，应当予以消除。法捷叶夫和波波夫建议将函数空间的积分限制在由规范条件 $F[A^{\alpha}_{\mu}]=0$ 所确定的超曲面上，使规范场 A^{α}_{μ} 的自由度从 $4N$ 减少到 $3N$，并用以下关系来限制轨道积分：

$$\Delta_F[A^{\alpha}_{\mu}]\cdot\int[dg]\ \delta(F[A^{\alpha g}_{\mu}])=1 \tag{30}$$

对于 $U(1)$ 群，采用朗道规范条件，令：

$$F[A^{\alpha}_{\mu}]=\partial_{\mu}A_{\mu}=0 \tag{31}$$

则有：

$$F[A^{\alpha g}_{\mu}]\to\partial_{\mu}A'_{\mu}=\partial_{\mu}\left(A_{\mu}-\frac{1}{g}\partial_{\mu}\theta\right)=-\frac{1}{g}\partial^2\theta \tag{32}$$

对于 $SU(2)$ 非阿贝尔规范群，采用库伦规范条件 $F[A^{\alpha}_{\mu}]=\partial_i A^{\alpha}_i=0$，有：

$$F[A_\mu^{\alpha g}] \to \partial_i A_i^{\alpha g} = \partial_i \left(A_i^\alpha + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A_i^\gamma - \frac{1}{g}\partial_i \theta^\alpha \right) = f^{\alpha\beta\gamma}\partial_i \theta^\beta A_i^\gamma - \frac{1}{g}\partial_i^2 \theta^\alpha \qquad (33)$$

按照（30）式和积分变量的雅克比变换关系，我们有：

$$(\Delta_F[A_\mu^\alpha])^{-1} = \int [d\theta]\ \delta\left(f^{\alpha\beta\gamma}\partial_i \theta^\beta A_i^\gamma - \frac{1}{g}\partial_i^2 \theta^\alpha \right) = (\det M_c)^{-1} \qquad (34)$$

可得：

$$M_c^{\alpha\beta} = \frac{\delta\left(f^{\alpha\beta\gamma} A_i^\alpha(x)\partial_i \theta^\beta(x) - \frac{1}{g}\partial_i^2 \theta^\alpha(x) \right)}{\delta\theta^\beta(y)}$$

$$= -\frac{1}{g}\partial_i^2 \left[\delta_{\alpha\beta}\delta^4(x-y) - g f^{\alpha\beta\gamma} A_i^\gamma(x)\partial_{x_i} G(x-y)\delta(x_0-y_0) \right] \qquad (35)$$

（35）式括号内部分与（28）式一样，括号前的因子 $-g^{-1}\partial_i^2$ 被认为是无关紧要的因子。但由于多了对 ∂_i^2 的导数运算，（35）和（28）式实际上是不一样的。然而我们最终要将（28）和（35）式转换成鬼场，而鬼场是不可观察的物理量，因此（35）和（28）式的差别无关紧要。实际上从（30）和（34）式可以看出，对于不同的规范条件 $F[A_\mu^\alpha]$，应当有不同的 $(\Delta_F[A_\mu^\alpha])$ 和 $\det M_c$。我们只要保证规范场的格林函数生成泛函（26）式的形式不变就可以了，由于规范条件的任意性，不必要求 $M_c^{\alpha\beta}$ 的形式一致。事实上如果取朗道规范条件 $\partial_\mu A_\mu^\alpha = 0$，我们有：

$$F[A_\mu^{\alpha g}] \to \partial_\mu A_\mu^{\alpha g} = \partial_\mu \left(A_\mu^\alpha + f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A_\mu^\gamma - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^\alpha \right) = \partial_\mu \left(f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A_\mu^\gamma - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^\alpha \right) = 0 \qquad (36)$$

$$M_L^{\alpha\beta} = \frac{\delta\left(f^{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\alpha(x)\partial_\mu \theta^\beta(x) - \frac{1}{g}\partial_x^2 \theta^\alpha(x) \right)}{\delta\theta^\beta(y)}$$

$$= -\frac{1}{g}\partial_x^2 \left[\delta_{\alpha\beta}\delta^4(x-y) - g f^{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\gamma(x)\partial_x G_f(x-y) \right] \qquad (37)$$

上式与（29）和（35）式也是不同的，但这种不同被认为是无关紧要的。如果考虑本文引入的约束关系（21）式，同样取朗道规范条件 $\partial_\mu A_\mu^\alpha = 0$，可得：

$$F[A_\mu^{\alpha g}] \to \partial_\mu A_\mu^{\alpha g} = \partial_\mu A_\mu^\alpha = 0 \qquad (38)$$

也就是说按本文朗道规范条件的不变性是自动满足，但还要考虑（21）式对群参数的约束。为此令：

$$b_\mu^\alpha = f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A_\mu^\gamma - \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^\alpha \qquad (39)$$

由于 $b_\mu^\alpha = 0$，我们自然有 $\partial_\mu b_\mu^\alpha = 0$，因此本文的结果实际上是法捷叶夫—波波夫理论的最简单形式。只是法捷叶夫—波波夫理论的约束关系（36）式虽然可以保证消除无穷多个轨道的发散积分，却仍不能保证规范场的运动方程在规范变换下的不变性。按（21）式我们总有 $A_\mu'^\alpha = A_\mu^\alpha$，原来的无穷多个轨道的发散积分自然被消除，同时还能保证规范场的运动方程在规范变换下的不变性。

为了在规范理论中考虑对群参数的约束条件，设 R_μ 是一个任意常数矢量，可以将约束条件写成

$R_\mu b_\mu^\alpha = 0$，令：

$$\delta(F[A_\mu^{\alpha g}]) = \delta(R_\mu b_\mu^\alpha) \tag{40}$$

我们也可以将（30）式改写为：

$$\Delta_F[A_\mu^\alpha]\cdot\int[dg]\ \delta\left[R_\mu\left(f^{\alpha\beta\gamma}\theta^\beta A_\mu^\gamma - \frac{1}{g}\partial_\mu\theta^\alpha\right)\right] = 1 \tag{41}$$

由于 A_μ^α 是不变的，上式显然是规范变换不变的。通过上式来确定雅克比变换矩阵，与（36）式类似，我们有：

$$M_L^{\alpha\beta} = \frac{\delta\left(R_\mu f^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\alpha(x)\theta^\beta(x) - \frac{1}{g}R_\mu\partial_\mu\theta^\alpha(x)\right)}{\delta\theta^\beta(y)}$$

$$= -\frac{1}{g}R_\mu\left[\delta_{\alpha\beta}\partial_\mu\delta^4(x-y) - gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\gamma(y)\delta^4(x-y)\right] \tag{42}$$

为了将（26）式中的 $\det M$ 写成指数的积分形式，我们需要引入格拉斯曼代数。令 $C_\alpha(x)$ 为格拉斯曼代数的元素，得到的结果是：

$$\det M = \int[dC_\beta(y)][dC_\alpha^+(x)]\exp\left(i\int d^4x d^4y C_\alpha^+(x)M^{\alpha\beta}(x,y)C_\beta(y)\right) \tag{43}$$

将（34）式的结果代入上式，（31）式就可以写为：

$$\begin{aligned} Z[J] = \int[dA_\mu^\alpha][dC_\beta][dC_\alpha^+]\delta(F[A_\mu^\alpha])\exp\Big[i\int d^4x\Big(-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha F_{\mu\nu}^\alpha \\ + J_\mu^\alpha A_\mu^\alpha + \eta_\alpha^+ C_\alpha + \eta_\alpha C_\alpha^+\Big) + i\int d^4x d^4y C_\alpha^+(x)M^{\alpha\beta}(x,y)C_\beta(y)\Big] \end{aligned} \tag{44}$$

另外，引入与规范变换无关的任意函数 $P^\alpha(x)$，将规范条件做变换：

$$F[A_\mu^\alpha(x)] \to F[A_\mu^\alpha(x)] - P^\alpha(x) \tag{45}$$

将（44）式乘上因子：

$$\exp\left[-\frac{i}{2\xi}\int d^4x\left(P^\alpha(x)\right)^2\right] \tag{46}$$

并对 $[P^\alpha(x)]$ 积分是不改变结果的，我们最后得到：

$$Z[J] = \int[dA_\mu^\alpha][dC_\alpha][dC_\alpha^+]\exp\left[iS_{ff} + i\int d^4x(J_\mu^\alpha A_\mu^\alpha + \eta_\alpha^+ C_\alpha + \eta_\alpha C_\alpha^+)\right] \tag{47}$$

其中有效作用量可以分解为：

$$S_{eff} = S + S_h + S_g \tag{48}$$

其中 S_h 是规范固定项的作用量，S_g 是格拉斯曼代数对应的鬼场作用量：

$$\mathrm{S}=\int d^4x\left(-\frac{1}{4}F^{\alpha}_{\mu\nu}F^{\alpha}_{\mu\nu}\right) \tag{49}$$

$$\mathrm{S}_h=-\frac{1}{2\xi}\int d^4x(F^{\alpha}[A^{\alpha}_{\mu}])^2 \tag{50}$$

$$S_g=-\frac{1}{2\xi}\int d^4xd^4yC^{+}_{\alpha}(x)M^{\alpha\beta}(x,y)C_{\beta}(y) \tag{51}$$

对于$SU(2)$规范场，将（25）式和（29）式代入（50）和（51）式，得到固定作用量和鬼场作用量：

$$\mathrm{S}_h=-\frac{1}{2\xi}\int d^4x(\partial_i A^{\alpha}_i)^2 \tag{52}$$

$$S_g=-\frac{1}{2\xi}\int d^4xd^4yC^{+}_{\alpha}\left[\delta_{\alpha\beta}\delta^4(x-y)-gf^{\alpha\beta\gamma}A^{\gamma}_i(x)\partial_{y_i}G(x-y)\delta(x_0-y_0)\right]C_{\beta}(y) \tag{53}$$

按照法捷叶夫—波波夫理论和朗道规范，固定作用量和鬼场作用量则为：

$$\mathrm{S}_h=-\frac{1}{2\xi}\int d^4x(\partial_{\mu}A^{\alpha}_{\mu})^2 \tag{54}$$

$$S_g=-\frac{1}{2\xi}\int d^4x\left[C^{+}_{\alpha}\partial^2C_{\beta}-gf^{\alpha\beta\gamma}A^{\gamma}_{\mu}C^{+}_{\alpha}\partial_{\mu}C_{\beta}\right] \tag{55}$$

显然（54）和（51）式是不同的，但由于鬼粒子是虚拟的，作用量的不同不会对理论产生实质的影响。如果按照本文，固定作用量仍然用（50）式表示。考虑（43）式，与$SU(2)$场对应的鬼粒子的作用量则变成：

$$S_g=-\frac{1}{2\xi}\int d^4xR_{\mu}C^{+}_{\alpha}\left(\delta_{\alpha\beta}\partial_{\mu}-gf^{\alpha\beta\gamma}A^{\gamma}_{\mu}\right)C_{\beta} \tag{56}$$

上式与（55）式不一样，但不会对理论产生实质的影响，而与$U(1)$群对应的鬼粒子作用量则不变。

四. 非阿贝尔规范场理论中希格斯机制的消除和重整化

先考虑含规范场A^{α}_{μ}，费米场ψ和鬼场C^{+}_{α}，C_{α}的系统。令S_f为规范场和费米场作用量，S_h为规范固定项的作用量，S_g为鬼场作用。加入质量项后有效作用量是:

$$S_{eff}=S_f+S_h+S_g \tag{57}$$

按照本文以上讨论，我们有：

$$S_f=\int d^4x\left[-\overline{\psi}\left(\gamma_{\mu}\partial_{\mu}-ig\frac{\tau_{\alpha}}{2}\gamma_{\mu}A^{\alpha}_{\mu}+m_{\psi}\right)\psi\right.$$

$$\left.-\frac{1}{4}(\partial_{\mu}A^{\alpha}_{\nu}-\partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu}+gf^{\alpha\beta\gamma}A^{\beta}_{\mu}A^{\gamma}_{\nu})^2-\frac{1}{2}m_AA^{\alpha}_{\mu}A^{\alpha}_{\mu}\right] \tag{58}$$

$$S_h=-\frac{1}{2\xi}\int d^4x(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2 \qquad S_g=-\frac{1}{2\xi}\int d^4xR_\mu C_\alpha^+\left(\delta_{\alpha\beta}\partial_\mu-gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\gamma\right)C_\beta \tag{59}$$

由于按本文 A_μ^α 在规范变换下不变，可知 S_f 和 S_h 是规范不变的。又由于 $\Delta_F[A_\mu^\alpha]$ 是规范不变的，也可以使鬼场是规范变换不变的。于是按本文的结果，简化的 B,R,S 变换可以写为：

$$\delta\overline{\psi}=-i\overline{\psi}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha\delta\lambda \qquad \delta\psi=i\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha\psi\delta\lambda \tag{60}$$

$$\delta A_\mu^\alpha=0 \qquad \delta C_\alpha^+=0 \qquad \delta C_\alpha=0 \tag{61}$$

其中 $\delta\lambda$ 为无穷小量，有 $(\delta\lambda)^2\to 0$，同样有 $\delta^2\overline{\psi}=\delta^2\psi=0$。于是可以将格林函数生成泛函写为：

$$Z=\int[d\overline{\psi}]\,[d\psi]\,[dA_\mu^\alpha]\,[dC_\alpha^+]\,[dC_\alpha]$$

$$\times\left[iS_{eff}+i\int dx^4(\overline{\eta}\psi+\overline{\psi}\eta+J_\mu^\alpha A_\mu^\alpha+\zeta_\alpha C_\alpha^++\zeta_\alpha^+C_\alpha+\overline{K}\delta\psi+\delta\overline{\psi}K)\right] \tag{62}$$

其中 K 和 $\overline{K}$ 是反对易的。由于积分与变数变换无关，考虑到 S_{eff} 不变和 Q，在变换 $\overline{\psi}\to\overline{\psi}'=\overline{\psi}+\delta\overline{\psi}$，$\psi\to\psi'=\psi+\delta\psi$ 下，上式是不变的，就有：

$$Z=\int[d\overline{\psi}]\,[d\psi]\,[dA_\mu^\alpha]\,[dC_\alpha^+]\,[dC_\alpha]$$

$$\times\left\{iS_{eff}+i\int dx^4\left[\overline{\eta}(\psi+\delta\psi)+(\overline{\psi}+\delta\overline{\psi})\eta+J_\mu^\alpha A_\mu^\alpha+\zeta_\alpha C_\alpha^++\zeta_\alpha^+C_\alpha+\overline{K}\delta\psi+\delta\overline{\psi}K\right]\right\} \tag{63}$$

将（63）减去（62）就得到：

$$\int[d\overline{\psi}]\,[d\psi]\,[dA_\mu^\alpha]\,[dC_\alpha^+]\,[dC_\alpha]\;\int dx^4[\overline{\eta}\delta\psi+\delta\overline{\psi}\eta]$$

$$\times\exp\left[iS_{eff}+i\int dx^4(\overline{\eta}\psi+\overline{\psi}\eta+J_\mu^\alpha A_\mu^\alpha+\zeta_\alpha C_\alpha^++\zeta_\alpha^+C_\alpha+\overline{K}\delta\psi+\delta\overline{\psi}K)\right]=0 \tag{64}$$

令 $\delta\psi\to\delta/(i\delta\overline{K})$，$\delta\overline{\psi}\to\delta/(i\delta K)$，就有简化的用格林函数生成泛函表示的 W,T 恒等式：

$$\left[\overline{\eta}\frac{\delta}{\delta\overline{K}}+\frac{\delta}{\delta K}\eta\right]Z(\overline{\eta},\eta,J_\mu^\alpha,\varsigma^+,\varsigma,\overline{K},K)=0 \tag{65}$$

由于 $\overline{\eta}\to\delta\Gamma/(\delta\psi)$，$\eta\to-\delta\Gamma/(\delta\overline{\psi})$，同样可以得到用正规顶角生成泛函表示的 W,T 恒等式：

$$\frac{\delta\Gamma}{\delta\psi}\frac{\delta\Gamma}{\delta\overline{K}}+\frac{\delta\Gamma}{\delta K}\frac{\delta\Gamma}{\delta\overline{\psi}}=\Gamma*\Gamma=0 \tag{66}$$

但对于 $SU(N)$ 群没有相应的鬼方程。以下先讨论单圈近似过程的重整化，这实际上仅是现有理论重整化程序的简化。加上 $\overline{K}\delta\psi$ 和 $\delta\overline{\psi}K$ 项后，对（31）和（32）式变换不变的有效作用量写为：

$$S_0=\int d^4x\left[-\overline{\psi}\left(\gamma_\mu\partial_\mu-ig\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha+m_\psi\right)\psi\right.$$

$$-\frac{1}{4}\left(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha+gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma\right)^2-\frac{1}{2}m_A^2A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha-\frac{1}{2\xi}\left(\partial_\mu A_\mu^\alpha\right)^2$$

$$+C_\alpha^+ R_\mu\left(\delta_{\alpha\beta}\partial_\mu - gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\gamma\right)C_\beta + ig\overline{K}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha\psi\delta\lambda - ig\overline{\psi}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha K\delta\lambda\Bigg] \qquad (67)$$

用上式来构造正规顶角生成泛函，树图近似下 $\Gamma[S_0]\approx S_0$，过程为有限值。设在单圈近似下有：

$$\Gamma[S_0] = S_0 + \Gamma_1^f[S_0] + \Gamma_1^d[S_0] \qquad (68)$$

其中 $\Gamma_1^f[S_0]$ 有限，$\Gamma_1^d[S_0]$ 发散。为了消除发散，用 $S_0+\Delta S_0$ 来构造正规顶角生成泛函，在单圈近似下有：

$$\Gamma[S_0+\Delta S_0] \approx S_0 + \Delta S_0 + \Gamma_1^f[S_0] + \Gamma_1^d[S_0] \qquad (69)$$

取 $\Delta S_0 = -\Gamma_1^f[S_0]$，就可以消除单圈发散。按现有的重整化程序，可以令：

$$-\Gamma_1^d[S_0] = \sum_\sigma a_\sigma G_\sigma + \hat{S}_0 * F \qquad (70)$$

并需要证明：

$$S_0 * \Gamma_1^d[S_0] = 0 \qquad (71)$$

其中 G_σ 是规范不变量。可令：

$$\sum_\sigma a_\sigma G_\sigma = \int d^4x\Bigg[-a_1\overline{\psi}\left(\gamma_\mu\partial_\mu - ig\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha\right)\psi - a_2 m_\psi\overline{\psi}\psi$$

$$-\frac{1}{4}a_3(\partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha + gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma)^2 - \frac{1}{2}a_4 m_A^2 A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha - \frac{1}{2\xi}a_5(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2$$

$$+a_6 C_\alpha^+ R_\mu(\delta_{\alpha\beta}\partial_\mu - gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\gamma)C_\beta\Bigg] \qquad (72)$$

其中 a_i 是含有极点的常数。实际上由于 G_σ 不含 K 和 $\overline{K}$，且按（64）式，$S_0 \sim \overline{K}\delta\psi + \delta\overline{\psi}K$，就有：

$$S_0 * G_\sigma = \frac{\delta S_0}{\delta\psi}\frac{\delta G_\sigma}{\delta\overline{K}} + \frac{\delta S_0}{\delta\overline{K}}\frac{\delta G_\sigma}{\delta\psi} + \frac{\delta S_0}{\delta\overline{\psi}}\frac{\delta G_\sigma}{\delta K} + \frac{\delta S_0}{\delta K}\frac{\delta G_\sigma}{\delta\overline{\psi}}$$

$$= \frac{\delta G_\sigma}{\delta\overline{\psi}}\delta\overline{\psi} + \frac{\delta G_\sigma}{\delta\psi}\delta\psi = \delta G_\sigma = 0 \qquad (73)$$

由于按本文的方式没有鬼方程的限制，F 可以是任意的。为简单起见我们可以取 $F=0$。因此就有：

$$S_0 + \Delta S_0 = S_0 + \sum_\sigma a_\sigma G_\sigma \qquad (74)$$

再令 $Y_1 = 1+a_1$，$Y_2 = 1+a_2$，$Y_3 = 1+a_3$，$Y_4 = 1+a_4$，$Y_5 = 1+a_5$，$Y_6 = 1+a_6$，单圈近似过程的重整化作用量就可以写为：

$$S_1 = S_0 + \Delta S_0 = \int d^4x\Bigg[-\overline{\psi}\left(\gamma_\mu\partial_\mu - ig\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha\right)\psi - m_\psi\overline{\psi}\psi$$

$$-\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha + gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma)^2 - \frac{1}{2}m_A^2 A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2$$

$$+C_\alpha^+\partial^2 C_\alpha - gf^{\alpha\beta\gamma}(\partial_\mu C_\alpha^+)A_\mu^\beta C_\gamma + ig\overline{K}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha\psi\delta\lambda - ig\overline{\psi}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha K\delta\lambda$$

$$-(Y_1-1)\overline{\psi}\left(\gamma_\mu\partial_\mu - ig\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha\right)\psi-(Y_2-1)m_\psi\overline{\psi}\psi$$

$$-\frac{1}{4}(Y_3-1)(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha+gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma)^2-\frac{1}{2}(Y_4-1)m_A^2A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha$$

$$-\frac{1}{2\xi}(Y_5-1)(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2+(Y_6-1)(C_\alpha^+R_\mu\partial_\mu C_\alpha-gf^{\alpha\beta\gamma}C_\alpha^+R_\mu A_\mu^\beta C_\gamma)\Big]$$

$$=\int d^4x\Big[-Y_1\overline{\psi}\left(\gamma_\mu\partial_\mu-ig\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha\right)\psi-Y_2m_\psi\overline{\psi}\psi$$

$$-\frac{1}{4}Y_3(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha)^2-\frac{1}{2}Y_3g(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha)f^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma$$

$$-\frac{1}{4}Y_3(gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma)^2-\frac{1}{2}Y_4m_A^2A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha-\frac{1}{2\xi}Y_5(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2$$

$$+Y_6R_\mu\left(C_\alpha^+\partial_\mu C_\alpha-gf^{\alpha\beta\gamma}C_\alpha^+A_\mu^\beta C_\gamma\right)+ig\overline{K}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha\psi\delta\lambda-ig\overline{\psi}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha K\delta\lambda\Big] \qquad (75)$$

若将作用量用裸量来表示，就有：

$$S_1=\int d^4x\Big[-\overline{\psi}_0\left(\gamma_\mu\partial_\mu-ig_0\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_{0\mu}^\alpha+m_{0\psi}\right)\psi_0$$

$$-\frac{1}{4}(\partial_\mu A_{0\nu}^\alpha-\partial_\nu A_{0\mu}^\alpha+g_0f^{\alpha\beta\gamma}A_{0\mu}^\beta A_{0\nu}^\gamma)^2-\frac{1}{2}m_{0A}^2A_{0\mu}^\alpha A_{0\mu}^\alpha-\frac{1}{2\xi_0}(\partial_\mu A_{0\mu}^\alpha)^2$$

$$+R_\mu C_{0\alpha}^+\partial_\mu C_{0\alpha}-g_0f^{\alpha\beta\gamma}R_\mu C_{0\alpha}^+A_{0\mu}^\beta C_{0\gamma}+ig_0\overline{K}_0\frac{\tau_\alpha}{2}C_{0\alpha}\psi_0\delta\lambda-ig_0\overline{\psi}_0\frac{\tau_\alpha}{2}C_{0\alpha}K_0\delta\lambda\Big] \qquad (76)$$

令 $\psi_0=\sqrt{Z_2}\psi$ ， $\overline{\psi}_0=\sqrt{Z_2}\overline{\psi}$ ， $A_{0\mu}^\alpha=\sqrt{Z_3}A_\mu^\alpha$ ， $C_{0\alpha}^+=\sqrt{\widetilde{Z}_3}C_\alpha^+$ ， $C_{0\alpha}=\sqrt{\widetilde{Z}_3}C_\alpha$ ， $\overline{K}_0=\sqrt{Z_K}\overline{K}$ ， $K_0=\sqrt{Z_K}K$ ， $g_0=Z_{gi}g$ ， $m_{0\psi}=Z_{m\psi}m_\psi$ ， $m_{0A}=Z_{mA}m_A$ ， $\xi_0=Z_\xi\xi$ ，上式变为：

$$S_1=\int d^4x\Big[-Z_2\overline{\psi}\left(\gamma_\mu\partial_\mu-iZ_{g1}\sqrt{Z_3}g\frac{\tau_\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha+Z_{m\psi}m_\psi\right)\psi$$

$$-\frac{1}{4}Z_3(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha)^2-\frac{1}{2}Z_{g2}Z_3^{3/2}g(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha)f^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma$$

$$-\frac{1}{4}Z_{g3}^2Z_3^2(gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma)^2-\frac{1}{2}Z_{mA}^2Z_3m_A^2A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha-\frac{1}{2\xi}Z_\xi Z_3(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2$$

$$+\widetilde{Z}_3R_\mu C_\alpha^+\partial_\mu C_\alpha-Z_{g4}\widetilde{Z}_3\sqrt{Z_3}gf^{\alpha\beta\gamma}R_\mu C_\alpha^+A_\mu^\beta C_\gamma$$

$$+iZ_{g5}Z_K\sqrt{\widetilde{Z}_3Z_2}g\overline{K}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha\psi\delta\lambda-iZ_{g6}Z_K\sqrt{\widetilde{Z}_3Z_2}g\overline{\psi}\frac{\tau_\alpha}{2}C_\alpha K\delta\lambda\Big] \qquad (77)$$

将（76）和（77）式的对应项进行比较，就得到：

$$Z_2 = Y_1 \qquad Z_{g1}\sqrt{Z_3} = 1 \qquad Z_2 Z_{m\psi} = Y_2 \qquad Z_3 = Y_3$$

$$Z_{g2}\sqrt{Z_3} = 1 \qquad Z_{g3}^2 Z_3 = 1 \qquad Z_{mA}^2 Z_3 = Y_4 \qquad Z_\xi Z_3 = Y_5$$

$$\tilde{Z}_3 = Y_6 \qquad Z_{g4}\sqrt{Z_3} = 1 \qquad Z_{g5} Z_K \sqrt{\tilde{Z}_3 Z_2} = 1 \qquad Z_{g6} = Z_{g5} \tag{78}$$

从上式立即可以得出：

$$Z_{g1} = Z_{g2} = Z_{g3} = Z_{g4} = Z_g = \frac{1}{\sqrt{Z_3}} = \frac{1}{\sqrt{Y_3}} \tag{79}$$

在以上的讨论中 Z_K 没有明确的定义，若取 $Z_K = \sqrt{Y_3} / \sqrt{\tilde{Z}_3 Z_2}$，我们就能得到 $Z_{g5} = Z_{g6} = Z_g$，使各项中出现的相互作用重整化常数相等，意味着理论的可重整性。因此按本文，对于单圈近似过程，各重整化常数可取：

$$Z_2 = Y_1 \qquad Z_3 = Y_3 \qquad \tilde{Z}_3 = Y_6 \qquad Z_g = \frac{1}{\sqrt{Y_3}}$$

$$Z_{m\psi} = \frac{Y_2}{Y_1} \qquad Z_{mA} = \sqrt{\frac{Y_4}{Y_3}} \qquad Z_\xi = \frac{Y_5}{Y_3} \qquad Z_K = \frac{\sqrt{Y_3}}{\sqrt{Y_6 Y_1}} \tag{80}$$

对于更高阶过程同样可以按现有重整化的类似程序来进行，事实上只要理论是规范不变的就总是可以重整的，因此对更高阶过程的重整化问题本文就不再讨论。

五．弱电统一理论中希格斯机制的消除和重整化

最后讨论弱电统一理论的规范变换问题，先讨论旋量场的质量项的规范变换。以下仅以轻子场为例，结果对夸克场也适用。在弱电统一理论中，弱相互作用是用手征场来表示的。由于只有左旋中微子，没有右旋中微子，左手场 L 和右手场 l_R 对 $SU(2)\times U(1)$ 规范群的变换规律是不同的，有：

$$L \to L' = exp\left(-i\frac{\theta\cdot\tau}{2} + i\frac{\theta}{2}\right)L \qquad L = \begin{vmatrix} \nu_L \\ l_L \end{vmatrix} \tag{81}$$

$$l_R \to \exp(i\theta) l_R \qquad l_L = \frac{1}{2}(1+\gamma_5) l \qquad l_R = \frac{1}{2}(1-\gamma_5) l \tag{82}$$

但有 $l_L + l_R = l$。无质量的自由轻子场的拉氏量写为：

$$\mathcal{L}_{l0} = -\bar{L}\gamma_\mu \partial_\mu L - \bar{l}_R \gamma_\mu \partial_\mu l_R \tag{83}$$

由于左手场和右手场按不同的规律变换，l 轻子的质量项不满足规范变换不变性，即：

$$m_l \bar{l}' l' \neq m_l \bar{l} l = m_l(\bar{l}_L l_R + \bar{l}_R l_L) \tag{84}$$

因而和规范场一样，轻子场的质量项无法直接加到拉氏量，只能通过希格斯机制来引入。以下证明这问题也可以通过选择适当的群参数来解决，同样不必采用希格斯机制。按（81）式，在无穷小变换下可以得到：

$$\nu_L' \approx \left[1-\frac{i}{2}(\theta_3-\theta)\right]\nu_L-\frac{i}{2}(\theta_1-\theta_2)l_L \qquad \nu' \approx \left[1-\frac{i}{2}(\theta_3-\theta)\right]\nu-\frac{i}{2}(\theta_1-\theta_2)l \tag{85}$$

$$l_L' \approx -\frac{i}{2}(\theta_1+\theta_2)\ \nu_L+\left[1-\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)\right]l_L \qquad l' \approx -\frac{i}{2}(\theta_1+\theta_2)\ \nu+\left[1-\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)\right]l \tag{86}$$

若选取群参数使 $\theta_1=-\theta_2$，就有：

$$l' \approx \left[1-\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)\right]l \approx \exp\left[-\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)\right]l \tag{87}$$

于是就有 $\bar{l}'l'=\bar{l}l$，即轻子质量项在 $SU(2)\times U(1)$ 无穷小变换规范变换下保持不变。可见对群参数 θ_1 和 θ_2 的取值进行适当的限制，就可以将轻子质量项加到拉氏量中，并保持拉氏量在规范变换下不变。

再来讨论 $SU(2)\times U(1)$ 规范场质量项的变换。按本文方式，在原则上我们可以用直接用（16）式代表质量本征态的拉氏量，令 $A_\mu^1 \sim W_\mu^+$， $A_\mu^2 \sim W_\mu^-$， $A_\mu^3 \sim Z_\mu$。相应地令 $m_1=m_2\sim m_W$，$m_3\sim m_Z$，同时直接令 $B_\mu \sim A_\mu$ 代表电磁场。从而不必引入温伯格角，并使规范场理论的描述大大简化。但为了与现有理论相一致，我们也可以引入温伯格角和相应的变换。同样假设规范粒子质量本征态和非质量本征态的关系为：

$$W_\mu^+=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1+iA_\mu^2) \qquad W_\mu^-=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1-iA_\mu^2) \tag{88}$$

$$Z_\mu=cos\vartheta_w A_\mu^3-sin\vartheta_w B_\mu \qquad A_\mu=sin\vartheta_w A_\mu^3+cos\vartheta_w B_\mu \tag{89}$$

其中 A_μ 为电磁场，ϑ_w 是温伯格角，$\sin\vartheta_w=g'/\sqrt{g^2+g'^2}$，$\cos\vartheta_w=g/\sqrt{g^2+g'^2}$。令 $m_1=m_2$，考虑到 B_μ 场无质量，利用以上两式可得：

$$\frac{1}{2}m_\alpha^2A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha=m_1^2W_\mu^+W_\mu^-+\frac{m_3^2}{2\cos\vartheta_w^2}Z_\mu Z_\mu+Q \tag{90}$$

$$Q=-\frac{m_3^2}{2}tg^2\vartheta_w(B_\mu)^2+m_3^2tg\,\vartheta_w A_\mu^3B_\mu \tag{91}$$

上式中 $m_3\sin\vartheta_w$ 实际上是光子的质量，乘积 $A_\mu Z_\mu$ 的项代表两点相互作用。由于光子没有质量，在实际过程中也不存在两点相互作用，故当用质量本征态来表示作用量时，应当设法在作用量中将 Q 消去。具体做法可以如现有采用希格斯机制引入 R_ξ 规范那样，选取规范：

$$F^\alpha(A_\mu^\alpha)=\partial_\mu A_\mu^\alpha+R^\alpha \qquad R^\alpha=-\partial_\mu A_\mu^\alpha\pm\sqrt{1-2\xi_A Q/\partial_\mu A_\mu^\alpha} \tag{92}$$

于是规范固定项可以写为：

$$S_h=\int d^4x\left[-\frac{1}{2\xi_A}(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2+Q\right] \tag{93}$$

就可以在作用量中将（90）式出现的 Q 消去。再令 $m_1=m_W$， $m_Z=m_3\cos\vartheta_W$，（90）式变为：

$$\frac{1}{2}m_{\alpha}^{2}A_{\mu}^{\alpha}A_{\mu}^{\alpha}\sim m_{W}^{2}W_{\mu}^{+}W_{\mu}^{-}+\frac{1}{2}m_{Z}^{2}Z_{\mu}Z_{\mu} \tag{94}$$

按以上方式，规范场相互作用理论独立的自由参数有四个，分别g、g'、m_1和m_2。另一方面，按现有理论，我们有：

$$m_W=\frac{1}{2}gv \qquad m_Z=\frac{1}{2}\sqrt{g^2+g'^2}v \qquad m_\eta=\sqrt{-2\mu^2} \tag{95}$$

式中v是希格斯场的真空态，m_η是希格斯粒子的质量，可得$m_W=m_Z\cos\vartheta_w$。因此规范场相互作用独立的自由参数也是四个，比如可以取g、g'、v和μ。在这种意义上，两种理论是等价的。用本征态来表示后，质量项的规范变换为：

$$\begin{aligned}m_W^2W_\mu'^{+}W_\mu'^{-}+\frac{1}{2}m_Z^2Z_\mu'Z_\mu' &= m_W^2W_\mu^{+}W_\mu^{-}+\frac{1}{2}m_Z^2Z_\mu Z_\mu\\ &+\frac{\sin\vartheta_w}{2g}\left(2\cos\vartheta_wA_\mu^3-2\sin\vartheta_wB_\mu+\frac{\sin\vartheta_w}{g}\partial_\mu\theta\right)\partial_\mu\theta\end{aligned} \tag{96}$$

显然上式不能对规范变换保持不变。为了使$W_\mu^\pm$和Z_μ场的质量项也在规范变换下保持不变，即：

$$m_W^2W_\mu'^{+}W_\mu'^{-}+\frac{1}{2}m_Z^2Z_\mu'Z_\mu' = m_W^2W_\mu^{+}W_\mu^{-}+\frac{1}{2}m_Z^2Z_\mu Z_\mu \tag{97}$$

可以在（95）式中令：

$$\partial_\mu\theta=-\frac{2g}{\sin\vartheta_w}(\cos\vartheta_wA_\mu^3-\sin\vartheta_wB_\mu)=-\frac{2g}{\sin\vartheta_w}Z_\mu \tag{98}$$

因此为了使用质量本征态表示的规范场粒子的质量项对$SU(2)\times U(1)$变换保持不变，$U(1)$群参数θ的形式也不能是可以任意的，必须满足（97）式。注意按（81）式的定义θ是有限值，对于无穷小变换应令$\theta\to\theta\delta\lambda$，上式就应当改为$\partial_\mu\theta\delta\lambda=-2gZ_\mu\delta\lambda/\sin\vartheta_w$。由此就可以将$W^\pm$和$Z^0$粒子的质量项直接加入拉氏量，并保持拉氏量的规范不变性。

另外按现有理论，对$U(1)$规范场可以不必引入鬼粒子场，也就不存在与B_μ相对应的规范固定项。因此用非质量本征态来构造对$SU(2)\times U(1)$变换保持不变的弱电统一理论作用量时，就有：

$$\begin{aligned}S_0=\int d^4x\bigg[&-\bar{L}\left(\gamma_\mu\partial_\mu-ig\frac{\tau^\alpha}{2}\gamma_\mu A_\mu^\alpha+ig'\frac{1}{2}\gamma_\mu B_\mu\right)L-\bar{l}_R(\gamma_\mu\partial_\mu+ig'\gamma_\mu B_\mu)l_R\\ &-\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha+gf^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma)^2-\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu-\partial_\nu B_\mu)^2\\ &-\frac{1}{2}m_A^2A_\mu^\alpha A_\mu^\alpha-m_l({}_Ll_R+\bar{l}_Rl_L)-\frac{1}{2\xi_A}(\partial_\mu A_\nu^\alpha)^2-\frac{1}{2\xi_B}(\partial_\mu B_\mu)^2\\ &+R_\mu C_\alpha^+\partial_\mu C_\alpha-gf^{\alpha\beta\gamma}R_\mu C_\alpha^+A_\mu^\beta C_\gamma+C^+\partial^2C+\bar{K}_1\delta v_L+\delta\bar{v}_LK_1\\ &+\bar{K}_2\delta l_L+\delta\bar{l}_LK_2+\bar{K}_3\delta l_R+\delta\bar{l}_RK_3+\bar{K}_4\delta B_\mu+\delta\bar{B}_\mu K_4\bigg]\end{aligned} \tag{99}$$

按（61）、（85）和（87）式，各场量在$SU(2)\times U(1)$规范群无穷小变换下的变换规律可以写为：

$$\delta\bar{\nu}_L=\frac{i}{2}(\theta_3-\theta)\bar{\nu}_L+i\theta_1\bar{l}_L \qquad \delta\,\bar{l}_L=\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)\bar{l}_L \qquad \delta\,\bar{l}_R=i\theta\,\bar{l}_R$$

$$\delta\nu_L=-\frac{i}{2}(\theta_3-\theta)\nu_L-i\theta_1 l_L \qquad \delta\,l_L=-\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)l_L \qquad \delta\,l_R=i\theta\,l_R$$

$$\delta A_\mu^\alpha=0 \qquad \delta B_\mu=-\frac{1}{g}\partial_\mu\theta \qquad \delta C_\alpha^+=\delta C_\alpha=\delta C=0 \qquad \delta C^+=\xi_B\partial_\mu B_\mu \tag{100}$$

令 $\theta_i=C_i\delta\lambda$ ， $\theta=C\delta\lambda$ ，同样由于 $(\delta\lambda)^2\to 0$ ，有 $\delta^2\nu_L=\delta^2 l_L=\delta^2 B_\mu\to 0$。代入（98）式，再用上文的方法就可以进行重整化。用质量本征态来表示时，按（88）和（89）式对（98）式做变换，在满足（97）式的前提下就可以得到对 $SU(2)\times U(1)$ 规范变换不变的作用量：

$$\begin{aligned} S_0=\int d^4x\Big\{ & \mathscr{L}_0(W_\mu^\pm,Z_\mu,A_\mu,l,\nu)+i\frac{g}{\sqrt{2}}\left[W_\mu^+\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)l+W_\mu^-\bar{l}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu\right] \\ & -i\frac{\sqrt{g^2+g'^2}}{4}Z_\mu\left[\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\nu+\bar{l}\gamma_\mu(4\sin\theta_w-1-\gamma_5)l\right]-i\frac{gg'}{\sqrt{g^2+g'^2}}A_\mu\bar{l}\gamma_\mu l \\ & -m_l\bar{l}l-m_w^2W^+W^--\frac{1}{2}m_Z^2Z_\mu Z_\mu-\frac{1}{2\xi_A}(\partial_\mu A_\mu^\alpha)^2 \\ & -\frac{1}{2\xi_B}(\partial_\mu B_\mu)^2+R_\mu C_\alpha^+\partial_\mu C_\alpha-gf^{\alpha\beta\gamma}R_\mu C_\alpha^+A_\mu^\beta C_\gamma \\ & +\bar{K}_1\delta\,\nu+\delta\,\bar{\nu}K_1+\bar{K}_2\delta\,l_L+\delta\,\bar{l}_LK_2+\bar{K}_3\delta\,l_R+\delta\,\bar{l}_RK_3+\bar{K}_4\delta B_\mu+\delta\bar{B}_\mu K_4\Big\} \end{aligned} \tag{101}$$

式中 $\mathscr{L}_0$ 是不含质量项的自由场的拉氏量。各场量的变换规律为：

$$\delta\nu=-\frac{i}{2}(\theta_3-\theta)\nu-i\theta_1 l \qquad \delta\bar{\nu}=\frac{i}{2}(\theta_3-\theta)\nu+i\theta_1 l \qquad \delta\,l=-\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)l$$

$$\delta\,\bar{l}=\frac{i}{2}(\theta_3+\theta)l \qquad \delta W_\mu^+=0 \qquad \delta W_\mu^-=0 \qquad \delta Z_\mu=-sin\,\theta_w\delta B_\mu$$

$$\delta A_\mu=\frac{1}{g}cos\,\theta_w\delta B_\mu \qquad \delta C_\alpha^+=\delta C_\alpha=\delta C=0 \qquad \delta C^+=\xi_B\partial_\mu B_\mu \tag{102}$$

令 $\theta_i=C_i\delta\lambda$ ， $\theta=C\delta\lambda$ ，同样由于 $(\delta\lambda)^2\to 0$ ，有 $\delta^2\bar{\nu}=\delta^2\bar{l}=\delta^2\nu=\delta^2 l=\delta^2 Z_\mu=\delta^2 A_\mu\to 0$ ，就可以用上文的方法可以进行重整化。也就是说在用质量本征态来表示时，有效作用量在 $SU(2)\times U(1)$ 规范变换下仍不变，理论仍可以重整化。而按现有的采用希格斯机制的理论，这是不可能的。经过真空对称性自发破缺使规范粒子获得质量后，有效作用量就不再具有规范对称性。

六．强 CP 破坏问题的彻底解决

以上结果也可以用来从根本上解决强 CP 破坏问题。简单地说，按现有理论的变换（10）式，

在纯规范条件 $A_{\mu}^{\alpha}(x)\Big|_{r\to\infty}=0$ 下我们有[1]:

$$A_{\mu}^{\prime\alpha}(x)=U(x)A_{\mu}^{\alpha}(x)U^{-1}(x)+\frac{i}{g}T^{\alpha}U(x)\partial_{\mu}U(x)\to\frac{i}{g}T^{\alpha}U(x)\partial_{\mu}U(x) \tag{103}$$

由此产生了所谓的瞬子解和 θ 真空问题(1)。θ 真空效应等价于在强相互作用的拉氏量中引入一个满足规范不变性的附加项，该附加项会产生较大的强 CP 破坏，使中子产生较大的电偶极矩。然而这样大的强 CP 破坏和中子电偶极矩至今在实验上观察不到，理论与实际间存在矛盾。

若按上述讨论，由于规范势是规范变换不变的，在任何情况下我们都有 $A_{\mu}^{\prime\alpha}(x)=A_{\mu}^{\alpha}(x)$。在纯规范条件下当 $A_{\mu}^{\alpha}(x)\Big|_{r\to\infty}=0$ 时，我们也仍然有 $A_{\mu}^{\prime\alpha}(x)=0$，就不存在 $A_{\mu}^{\prime\alpha}(x)\to iT^{\alpha}U(x)\partial_{\mu}U(x)/g$ 的关系。因此就不存在所谓的瞬子解和 θ 真空问题，强相互作用拉氏量中破坏 CP 对称性的附加项就不存在。由此强 CP 破坏也就自然消除，我们也不再需要引入轴子之类的假设[【3】。

七. 讨 论

为了使非阿贝尔规范场理论达到一致性，除了考虑考虑拉什量在规范变换下不变外，我们还需要是运动方程在规范变换下也保持不变。由此必然引入限制条件（21）式，它是非阿贝尔规范场理论必须满足的。它意味着在非阿贝规范场理论中，我们必须放弃定域规范不变假设。由此就不需要希格斯机制，也能使基本粒子理论达到自洽。欧洲核子研究中心的实验发现存在疑似希格斯粒子的玻色子，但从本文讨论我们可以得出结论，即使引入希格斯机制也不可能使非阿贝尔规范运动方程保持规范不变。因此希格斯机制实际上是没有用的，我们需要重新考虑的是，欧洲核子研究中心实验发现的新粒子到底意味着什么。

参考文献：

1. 戴元本，相互作用的规范理论，科学出版社，23，554 (1987).
2. 胡瑶光，规范场论，华东师范大学出版社，217 (1984).
3. R.D. Peccei. Hele R. Quinn, CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles, Phys. Rev. Lett. 38, 1440–1443 (1977).
4. Lane K, Ramana M V. Phys, Rev., 1991, D44: 2678; Lane K, Eichten E, Phys. Lett. 1989, B222:274. 4.