宇宙学暗能量不存在的证明（注）

—— 计算 Ia 超新星红移-距离关系的公式存在原则性的错误 ——

梅晓春[①]　　　**俞平**[②]

(1) 福州原创物理研究所　　　**(2) 美国 Cognitech 计算技术研究所**

内容摘要　物理学上主要有三种导致光谱红移的机制。第一种是引力红移，第二种是多普勒红移，第三种是康普顿散射。宇宙学红移被认为是与速度有关的多普勒现象，然而目前宇宙学中计算 Ia 超新星红移—距离的基本公式是建立在罗伯逊—沃特度规基础上的度规红移公式 $z+1=R(t_0)/R(t)$，而不是多普勒红移公式。本文指出度规红移不可能是一种独立的物理规律，它与多普勒红移公式存在原则性的差别。此外本文从数学上严格证明，度规红移公式是一阶近似的结果，考虑高阶近似后，还会得到限制条件 $\dot{R}(t)=$ 常数。因此即使度规红移公式成立，它也只能用于空间匀速膨胀的情况，不能用于存在加速度的宇宙过程。进一步的分析表明，罗伯逊—沃特度规描述空间匀速膨胀时破坏光速不变原理，违背狭义相对论的基本原则。计算 Ia 超新星红移—距离关系时忽略了运动光源与静止观察者之间存在的，由相对运动速度引起的时间收缩。因此目前宇宙学中计算超新星红移—距离的公式是不成立的，由此导出的暗能量和一致加速膨胀的结论是不可信的。宇宙学中应当直接用多普勒公式即使红移，在多普勒公式的基础上采用计算机数值方法计算，能够很好地解释 Ia 超新星的红移—距离关系，由此证明宇宙学不需要暗能量和宇宙加速膨胀的假设。

关键词　宇宙学，多普勒红移，哈勃公式，超新星，罗伯逊—沃特度规，暗物质，暗能量

一. 前　言

我们知道物理学上导致光谱红移的机制主要有三种。第一种是引力红移，与引力常数和质量有关。第一种是多普勒红移，与光源的相对运动速度有关。第三种是康普顿散射，与光子的能量转移有关。哈勃通过观察发现河外星系普遍存在光谱红移现象，提出红移与距离成正比的变换定律。标准宇宙学将这种红移理解为运动速度引起的多普勒效应，并由此得出宇宙膨胀的结论。1998 年宇宙学观察发现 Ia 型超新星的高红移偏离哈勃定律，通过观察数据与标准宇宙学理论的拟合，得出宇宙中暗物质大约占物质总量 6%，暗能量大约占 70%的结论，宇宙被认为正在做加速膨胀[(1),(2)]。

既然将宇宙学红移理解为运动速度引起的多普勒效应，就应当用多普勒公式做计算，同时也要考虑引力红移。然而令人感到奇怪的是，现有宇宙学中计算 Ia 超新星红移—距离关系时，采用的不是多普勒红移公式，而是用以下基本公式[(3)]:

$$z+1=\frac{v_1}{v_0}=\frac{R(t_0)}{R(t_1)} \tag{1}$$

（注）原文发表于 International Journal of Astronomy and Astrophysics，2013，303-317，本文做了

一些修改和补充，请以本文为准。

该公式是在罗伯逊—沃特度规的基础上导出的，其中 $R(t)$ 是空间膨胀尺度因子。ν_1 是 t_1 时刻发射光的频率，ν_0 是 t_0 时刻接受光的频率。上式与尺度因子 $R(t)$ 有关，与引力常数和宇宙膨胀速度因子 $\dot{R}(t)$ 无关。但多普勒红移公式与 $\dot{R}(t)$，有关与 $R(t)$ 无关。本文证明它们的差别可能非常大，以至于二者根本不相容。因此（1）是描述的即不是引力红移，也不是多普勒红移。我们需要问的是，目前的宇宙学什么要使用度规红移公式，而不直接使用多普勒红移公式。

事实上罗伯逊—沃克度规只是一种时空性质的数学结构，并不是一种物理学基本规律。它是为了简化爱因斯坦引力场方程，方便地得到弗里德曼宇宙学方程而引入的。在宇宙学中采用罗伯逊—沃克度规不是绝对必要的。我们不用罗伯逊—沃克度规，通过直接求解爱因斯坦引力场方程，也能讨论宇宙学问题。在这种情况下，就没有度规红移公式（1）。因此度规红移的起源是可疑的，最起码它不可能是一种独立的红移机制。但引力红移和多普勒红移就不仅仅是数学意义上的东西，而是独立的物理学规律。如果能从罗伯逊—沃克度规得到光谱红移，这种红移就必须与多普勒红移和引力红移不矛盾，否则是不可接受的。

本文从数学上严格证明，（1）式是数学上一阶近似的结果。考虑高阶近似后，该公式还应当满足限制条件 $\dot{R}(t_0)=\dot{R}(t_1)=$ 常数。因此即使红移公式 $z+1=R(t_0)/R(t_1)$ 成立，也只能用于空间匀速膨胀的情况，不能用于存在加速度的宇宙过程。从数学严格的角度，如果不做近似，这关系不存在。也就是说从罗伯逊—沃克度规不可能得到新的红移公式，因为它不是独立的物理学规律。

进一步的分析证明，罗伯逊—沃克度规破坏光速不变原理，违背狭义相对论的基本原则。采用罗伯逊—沃克度规描述空间膨胀，实际上忽略了运动光源与静止观察者之间存在的，由相对运动速度引起的时间收缩。因此罗伯逊—沃克度规不是相对论意义上的度规，不适合于用来作为膨胀宇宙学的基本时空框架，尤其不适合于用来描述超新星高红移等涉及宇宙高速膨胀的过程。

总之，目前宇宙学中计算超新星红移—距离的公式存在原则性的问题，由此导出的暗能量和一致加速膨胀的结论是不可信的。作者在本文中证明，不论按照牛顿引力理论，还是相对论修正的牛顿引力理论，在多普勒公式基础上采用计算机数值计算方法，都能很好解释 Ia 超新星红移—距离关系，宇宙学根本不需要暗能量和宇宙加速膨胀的假设。度规红移公式与多普勒红移公式不相容的讨论见附录，下文先讨论度规红移公式存在的问题。

二．度规红移公式存在的限制条件和其他问题

2.1 度规红移公式存在限制条件 $\dot{R}(t_0)=\dot{R}(t_1)$ 的证明

我们先讨论如何从罗伯逊-沃特度规得到（1）式的红移公式。标准宇宙学采用罗伯逊-沃特度规描述宇宙时空，其形式是：

$$ds^2=c^2dt^2-R^2(t)\left(\frac{d\bar{r}^2}{1-\kappa\bar{r}^2}+\bar{r}^2d\theta^2+\bar{r}^2\sin^2\theta\, d\varphi^2\right) \tag{2}$$

式中 $R(t)$ 是尺度因子，κ 被认为是空间曲率因子，$\kappa=0$ 表示空间平直。用（2）式描述膨胀宇宙时，宇宙物质被认为是固定在坐标 $\bar{r},\theta,\varphi$，它们不随时间而变。或者按一般的说法，宇宙学采用的是随动坐标。设光在膨胀宇宙中沿矢径方向运动，$ds=0$，按（2）式得：

$$\frac{cdt}{R(t)}=\frac{d\bar{r}}{\sqrt{1-\kappa\bar{r}^2}} \tag{3}$$

设光子在t_1时刻的坐标是$\bar{r}_1$，在t_0时刻到达$\bar{r}_0=0$的参考系原点。将上式积分，得(3)：

$$\int_{t_1}^{t_0}\frac{cdt}{R(t)}=-\int_{\bar{r}_1}^{0}\frac{d\bar{r}}{\sqrt{1-\kappa\bar{r}^2}}=\sin n\bar{r}_1=\begin{cases}\sin\bar{r}_1 & k=1\\ \bar{r}_1 & k=0\\ \sinh\bar{r}_1 & k=-1\end{cases} \tag{4}$$

负号表示光沿设$\bar{r}$减小的方向运动。设星体发出的光的频率是ν_1，观察者接受到光的频率是ν_0。设光源在到$t_1+\tau_1$时间内发出一个周期的光，$\tau_1=c/\nu_1$。如果在参考系的原点接受到光的时间为t_0到$t_0+\tau_0$，则接受到的光的频率为ν_0。按照（4）式由于$t_0+\tau_0$和$t_1+\tau_1$由同一个$\bar{r}$确定，就有：

$$\int_{t_1}^{t_0}\frac{dt}{R(t)}=\int_{t_1+\tau_1}^{t_0+\tau_0}\frac{dt}{R(t)} \tag{5}$$

考虑到一般可见光的振动周期很短，τ_0和τ_1都是很小的量，现有理论认为从上式可得：

$$\frac{\tau_0}{R(t_0)}=\frac{\tau_1}{R(t_1)} \tag{6}$$

从$\nu_1=c/\tau_1$，$\nu_0=c/\tau_0$，按照（6）式和光谱红移的定义，就得到（1）式。以下证明（6）式只是一阶近似的结果，考虑到高阶近似，还会得到$\dot{R}(t_0)=\dot{R}(t_1)$的结果。因此如果红移公式（1）成立，也只适用于空间匀速膨胀的情况，不适合描述存在加速度的宇宙膨胀过程。令；

$$f'(t)=\frac{1}{R(t)} \tag{7}$$

将（5）式积分，得到：

$$f(t_1)-f(t_0)=f(t_1+\tau_1)-f(t_0+\tau_0) \tag{8}$$

将上式展开成台劳级数，我们有：

$$f(t_0)-f(t_1)=f(t_0)+f'(t_0)\tau_0+\frac{1}{2!}f''(t_0)\tau_0^2+\frac{1}{3!}f'''(t_0)\tau_0^3+\cdots$$
$$-f(t_1)-f'(t_1)\Delta\tau_1-\frac{1}{2!}f''(t_1)\tau_1^2-\frac{1}{3!}f'''(t_1)\tau_1^2-\cdots \tag{9}$$

考虑到τ_0和τ_1都是小量，如果令周期的阶相同的项彼此相等，就有：

$$f'(t_0)\tau_0=f'(t_1)\tau_1 \tag{10}$$

$$f''(t_0)\tau_0^2=f''(t_1)\tau_1^2 \tag{11}$$

$$f'''(t_0)\tau_0^3=f'''(t_1)\tau_1^3 \tag{12}$$

$$f''''(t_0)\tau_0^4=f''''(t_1)\tau_1^4 \qquad \cdots \tag{13}$$

考虑到（7）式，（10）式就是（6）式，因此度规红移公式（1）是一阶近似的结果。（11）式是：

$$\frac{\dot{R}(t_0)}{R^2(t_0)}\tau_0^2=\frac{\dot{R}(t_1)}{R^2(t_1)}\tau_1^2 \tag{14}$$

将（6）式代入，得到：

$$\dot{R}(t_0)=\dot{R}(t_1) \tag{15}$$

由于t_0和t_1是任意的，上式意味着$\dot{R}(t)=$常数。也就是说如果（6）式成立，就必须同时有$\dot{R}(t)=$常数。因此空间膨胀速度与时间无关，我们有$\ddot{R}(t_0)=\ddot{R}(t_1)=\ddot{R}(t)=0$。从（12）式得：

$$\left[-\frac{\ddot{R}(t_0)}{R^2(t_0)}+\frac{2\dot{R}^2(t_0)}{R^3(t_0)}\right]\tau_0^3=\left[-\frac{\ddot{R}(t_1)}{R^2(t_1)}+\frac{2\dot{R}^2(t_1)}{R^3(t_1)}\right]\tau_1^3 \tag{16}$$

将（6）和（15）式代入上式，得：

$$\frac{\tau_0^3}{R^3(t_0)}=\frac{\tau_1^3}{R^3(t_1)} \tag{17}$$

结果与（6）式一样。从（13）式得：

$$\left[-\frac{\dddot{R}(t_0)}{R^2(t_0)}+\frac{6\ddot{R}(t_0)\dot{R}(t_0)}{R^3(t_0)}-\frac{6\dot{R}^3(t_0)}{R^4(t_0)}\right]\tau_0^4=\left[-\frac{\dddot{R}(t_1)}{R^2(t_1)}+\frac{6\ddot{R}(t_1)\dot{R}(t_1)}{R^3(t_1)}-\frac{6\dot{R}^3(t_1)}{R^4(t_1)}\right]\tau_1^4 \tag{18}$$

由于$\dot{R}(t)=$常数，$\ddot{R}(t)=0$，同样可知$\dddot{R}(t)=0$，代入上式，仍然得到$\dot{R}(t_0)=\dot{R}(t_1)$。因此度规只能写成以下形式：

$$R(t)=a+bt \tag{19}$$

也就是说如果（6）式成立的话，它也只能用于膨胀速度为常数的情况下，不可能用于描述存在加速度的宇宙膨胀过程。

从更严格的角度，我们只有（19）式，并不存在（10）~（13）的分解形式。因此从数学严格的意义上，（6）和（15）式实际上都不存在。从物理上说就是，我们不可能从罗伯逊—沃特度规导出红移公式。原因在于罗伯逊—沃特度规只是一个数学结构，不是物理定律，从它不可能得到独立于引力红移和多普勒红移的，新的红移公式。

2.2 罗伯逊—沃特度规存在的其他问题

按照目前的理论，（2）式中的κ被认为是空间曲率因子，$\kappa=0$时罗伯逊-沃特度规被用来描写平直空。文献【4】中证明这种看法是错误的，也就是说尺度因子$R(t)$与时间有关时，罗伯逊-沃特度规没有常数曲率。直接采用黎曼几何公式严格计算，证明（2）式的时空曲率是(4)：

$$K_{01}=K_{02}=K_{03}=-\frac{\ddot{R}}{R} \qquad\qquad K_{12}=K_{13}=K_{23}=\frac{\kappa-\dot{R}^2}{R^2} \tag{20}$$

其中K_{0j}是时空交叉部分的曲率，K_{ij}是纯空间部分的曲率。这个结果与目前宇宙学的理解完全不一样，因此（2）式中的κ不是曲率因子，而是某种可调的参数。因此（2）式在$\kappa=0$时不是平直空间的度规，用它来描述平直空间的宇宙膨胀是不合适的。

我们还可以用更简单的方法证明以上结果。几何学中我们知道，判断一个任意的时空度规是不是描写平直时空，在于否能够找到一个坐标变换，将它变成平直时空的度规。如果能够找到这样的

坐标变换，原来的度规在本质上是平直的。如果不能找到这样的变换，原来的度规在本质上是弯曲的。采用一般坐标系，四维平直时空度规是：

$$ds^2 = c^2dt^2 - (dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\, d\varphi^2) \tag{21}$$

引入随动坐标（或坐标变换）$r = R(t)\bar{r}$，代入上式，得：

$$ds^2 = c^2\left[1 - \frac{\dot{R}^2(t)\bar{r}^2}{c^2}\right]dt^2 - 2R(t)\dot{R}(t)\bar{r}d\bar{r}dt - R^2(t)(d\bar{r}^2 + \bar{r}^2d\theta^2 + \bar{r}^2\sin^2\theta d\varphi^2) \tag{22}$$

然而在（2）式中令$\kappa = 0$，得到的是：

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)\left(d\bar{r}^2 + \bar{r}^2d\theta^2 + \bar{r}^2\sin^2\theta\, d\varphi^2\right) \tag{23}$$

上式与（22）是完全不一样，除非$\dot{R}(t) = 0$或$R(t) =$常数。由于通过变换$r = R(t)\bar{r}$可以将（22）式变成（21）式，（22）式的时空在本质上是平直的。然而在$R(t) \neq$常数的情况下，我们不可能将（23）式变换成（21）式，因此（23）式描述的不可能是平直时空。

事实上容易证明，如果（23）式描写平直空间的度规，它将破坏平直空间中的光速不变原理。在平直膨胀空间中，物体的坐标是$r(t) = R(t)\bar{r}$。对于固定在随动参考系上的光源，$\bar{r}$不随时间而变。对于光源发出的光，$\bar{r}$随时间而变。设光沿半径方向运动，有$ds = 0$和$d\theta = d\varphi = 0$。按（23）式得：

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \pm\frac{c}{R(t)} \tag{24}$$

利用上式，相对于静止在参考系原点上的观察者，光的速度为：

$$V_c(t) = \frac{dr(t)}{dt} = \bar{r}\frac{d}{dt}R(t) + R(t)\frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{R}(t)\bar{r} \pm c = V(t) \pm c \tag{25}$$

上式表示光的速度与空间膨胀速度有关。设空间匀速膨胀，对应于光源在平直的真空中做匀速运动，令$R(t) = a + bt$，按上式则有$V_c(t) = b\bar{r} \pm c$。在光源刚发出光的时刻，上式就是经典力学的伽利略速度相加规则。当光朝着观察者运动时，上式取负号，速度小于真空中的光速。当光背离观察者的方向运动时，上式取正号，速度大于真空中的光速。由于$\bar{r}$随着时间的增加而增加，足够长的时间后光的速度将大大超过真空中的光速。这在物理学上是不允许的，因此罗伯逊—沃克度规不是相对论意义上的度规。

我们可以用两个具体例子来证明，如果（23）式描写平直空间的度规，就不可能用它描述光的运动。设光源位于坐标点$\bar{r}_0$，在$t = 0$的时刻光源发出一束光。该光在t时刻到达观察者的位置$\bar{r}(t)$点。设空间做匀速膨胀，相对于光源做匀速运动，令$R(t) = a + bt$，将(（24）式积分，得到：

$$\bar{r}(t) - \bar{r}_0 = \pm\frac{c}{b}\ln\left(1 + \frac{b}{a}t\right) \tag{26}$$

设$\bar{r}_0 = 1$，$a = 1$和$b = 3\times10^8$，得$V(t) = b\bar{r}_0 = 3\times10^8$米/秒，即光源以近光速运动。设观察者位于坐标原点，我们有$\bar{r}(t) = 0$。代入上式得$1 = \ln(1 + 3\times10^8 t)$，或$t = 5.73\times10^{-7}$秒。这个结果显然是不对的，因为按照狭义相对论，光速与光源运动无关。由于初始时刻光源与观察者的距离为$\bar{r}_0 = 1$米，光传播的时间应当是3.33×10^{-7}秒，误差高达 58%。高能加速器中带电粒子都以近光速运动，辐射光不可能以这种时间传播。

再设空间做匀加速膨胀，令 $R(t)=a+bt+gt^2/2$。设 $t=0$ 时 $\bar{r}=\bar{r}_0$，将（24）式积分，得：

$$\bar{r}(t)-\bar{r}_0=\frac{\pm c}{\sqrt{b^2-2ag}}\left[\ln\frac{gt+b-\sqrt{b^2-2ag}}{gt+b+\sqrt{b^2-2ag}}-\ln\frac{b-\sqrt{b^2-2ag}}{b+\sqrt{b^2-2ag}}\right] \tag{27}$$

取 $a=1$，$b=-1$，$g=0.3$，得 $R(0)=1$ 和 $\sqrt{b^2-2ag}=0.633$。若取 $t=8.16$，则 $R(18.9)=2.83$，空间膨胀 2.83 倍，$t=8.16$ 秒时光源的速度 $V=(b+gt)\bar{r}_0=1.45\bar{r}_0$。同时有 $gt+b-\sqrt{b^2-2ag}=0$ 和 $b-\sqrt{b^2-2ag}=-1.63$。（27）式括号内第一项为负无穷大，第二项没有意义（负数没有对数），因此（27）式无法描述光的运动。可见一般而言，罗伯逊—沃特度规不适合于用来描述光的运动。

这些问题在（22）式中不存在。设光线沿着矢径的方向运动，我们有 $ds=0$ 和 $d\theta=d\varphi=0$，得：

$$c^2\left[1-\frac{\dot{R}^2(t)\bar{r}^2}{c^2}\right]dt^2-2R(t)\dot{R}(t)\bar{r}d\bar{r}dt-R^2(t)d\bar{r}^2=0 \tag{28}$$

解出：

$$\frac{d\bar{r}}{dt}=-\frac{\dot{R}(t)\bar{r}}{R(t)}\pm\frac{c}{R(t)} \tag{29}$$

采用随动坐标并利用上式，相对于参考系原点上静止观察者，位于 $r(t)$ 处的光源发出的光的速度为：

$$V_c=\frac{dr(t)}{dt}=\dot{R}(t)\bar{r}+R(t)\frac{d\bar{r}}{dt}=\pm c \tag{30}$$

结果表示光速不变，因此（22）式才是狭义相对论意义上的平直时空度规。

由于（23）式中 $g_{00}=1$，按照罗伯逊-沃特度规，整个空间具有统一的时间。然而由于空间膨胀，固定在空间某点 $\bar{r}$ 上的钟相对坐标原点的观察者是有运动速度的。按照狭义相对论，运动参考系与静止参考系的观察者之间存在时间收缩。事实上（22）式中 g_{00} 中包含了时间延缓，我们有：

$$d\tau=dt\sqrt{1-\frac{\dot{R}^2(t)\bar{r}^2}{c^2}}=dt\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \tag{31}$$

结果再次说明（22）式是相对论意义上的平直时空度规。

此外数学上有严格证明的，三维空间曲率为常数 κ 的四维时空度规是：

$$ds^2=c^2dt^2-\left(\frac{dr^2}{1-\kappa r^2}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2\right) \tag{32}$$

引入坐标变换 $r(t)=R(t)\bar{r}$，代入上式，得：

$$ds^2=\left[c^2-\frac{\dot{R}^2(t)}{1-\kappa R^2(t)\bar{r}^2}\right]dt^2-\frac{2\dot{R}(t)R(t)dtd\bar{r}}{1-\kappa R^2(t)\bar{r}^2}-R^2(t)\left(\frac{d\bar{r}^2}{1-\kappa R^2(t)\bar{r}^2}+\bar{r}^2d\theta^2+\bar{r}^2\sin^2\theta d\varphi^2\right) \tag{33}$$

在 $\kappa=0$ 的情况下上式退化成（22）式。因此（23）式才是满足狭义相对论要求的，空间曲率为 κ 的度规。其中度规张量 $g_{00}\neq 1$，$g_{01}\neq 0$，但 $g_{11}=R(t)$，其形式比罗伯逊-沃特度规（2）式复杂得多。对于光沿矢径方向的运动，得到：

$$\left[c^2-\frac{\dot{R}^2(t)}{1-\kappa R^2(t)\bar{r}^2}\right]dt^2-\frac{2\dot{R}(t)R(t)dtd\bar{r}}{1-\kappa R^2(t)\bar{r}^2}-\frac{R^2(t)d\bar{r}^2}{1-\kappa R^2(t)\bar{r}^2}=0 \tag{34}$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt}=-\frac{\dot{R}(t)\bar{r}}{R(t)}\pm\frac{c\sqrt{1-\kappa\dot{R}(t)\bar{r}^2}}{R(t)} \tag{35}$$

如果我们使用（29）和（35）式代替（3）式，得到的红移公式就一定与速度有关。然而我们看出，（29）和（35）式无法通过变量分离写成（3）式的形式，因此我们就无法得到（6）和（7）式。

可见由于罗伯逊——沃特度规存在许多问题，由此导致的度规红移公式（1）在物理上是不可能的。目前宇宙学中用来计算 Ia 超新星红移—距离关系的公式是不正确的，它违背狭义相对论公式不变的基本原则，忽略了运动光源与静止观察者之间存在的，由相对运动速度引起的时间收缩。罗伯逊—沃克度规不适合于用来作为宇宙学的基本时空框架，尤其不适合于用来描述超新星高红移等涉及宇宙高速膨胀的过程。宇宙学中我们只能采用多普勒红移公式，不能采用度规红移公式。

2.3 计算 Ia 超新星红移公式存在的其他问题

宇宙中计算 Ia 超新星红移的公式，是通过弗里德曼方程从（1）式得的以下公式[5]：

$$H_0 d_L=\frac{c(1+z)}{\sqrt{|\Omega_{k0}|}}\sin n\left[\sqrt{|\Omega_{k0}|}\int_0^z\frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^2(1+\Omega_{m0}z')-z'(2+z')\Omega_\lambda}}\right] \tag{36}$$

式中 d_L 是光度距离，在罗伯逊—沃特度规下 $d_L=(1+z)r=(1+z)R_0\bar{r}$ 。在当前时刻 $\Omega_{m0}=\rho_{m0}/\rho_c$，$\Omega_\lambda=\rho_\lambda/\rho_c$， $\Omega_{k0}=\rho_{k0}/\rho_c$。宇宙学家就是根据这（36）式计算 Ia 超新星的红移—光的距离关系，得暗能量大约占宇宙物质 70%，暗物质占大约 25%，宇宙正在做加速膨胀的推论的。我们来讨论这个公式存在的其他问题。宇宙学的弗里德曼方程是：

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2+\frac{\kappa}{R^2}=\frac{8\pi G}{3}(\rho_m+\rho_\lambda) \tag{37}$$

ρ_m 是正常物质的密度， ρ_λ 是宇宙学常数对应的密度。如果物理量取当前 t_0 时刻的值， $\rho_0=\rho(t_0)$，哈勃常数 $H_0=H(t_0)=\dot{R}(t_0)/R(t_0)$，弗里德曼方程（60）式可以写为：

$$\frac{3H_0^2}{8\pi G}-(\rho_{m0}+\rho_\lambda)=-\frac{3\kappa}{8\pi G R_0^2} \tag{38}$$

将宇宙物质临界密度 ρ_c 定义为：

$$\rho_c=\frac{3H_0^2}{8\pi G} \tag{39}$$

引入无量纲密度 $\Omega_{m0}=\rho_{m0}/\rho_c$，$\Omega_\lambda=\rho_\lambda/\rho_c$ and $\Omega_0=\Omega_{m0}+\Omega_\lambda$，将（38）式写为：

$$1-\Omega_0=-\frac{\kappa}{R_0^2H_0^2} \tag{40}$$

定义 $a(t)=R(t)/R(t_0)$，对于当前时刻 $a(t_0)=1$。考虑到 κ 是常数，再将弗里德曼方程改写为：

$$\dot{a}^2(t)-\frac{8\pi G}{3}\rho a^2=-\frac{\kappa}{R_0^2}=H_0^2-\frac{8\pi G}{3}\rho_0 \tag{41}$$

考虑到关系：

$$\rho R^3 = \rho_0 R_0^3 \qquad \text{或} \qquad \rho a^3 = \rho_0 \tag{42}$$

可以将（41）式改写为：

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = H_0^2\left(1-\Omega_{m0}+\frac{\Omega_{m0}}{a}+\Omega_\lambda a^2-\Omega_\lambda\right) \tag{43}$$

从 $da/dt = \dot{a}$ 得 $dt = da/\dot{a}$，就可以将（4）式写为：

$$\sin n\bar{r} = \frac{1}{R_0}\int_{1/(1+z)}^{1}\frac{da}{a\dot{a}} \tag{44}$$

按前述定义，上式的积分上限是 $a(t_0)=1$，下限 $a(t_1)=1/(1+z)$。引入所谓的有效曲率能量密度[5]：

$$\rho_k = -\frac{3\kappa}{8\pi GR^2} \tag{45}$$

令 $\Omega_k = \rho_k/\rho_c$，将（40）式写为：

$$1-\Omega_0 = -\frac{\kappa}{R_0^2 H_0^2} = \Omega_{k0} \tag{46}$$

文献【5】认为从上式可以得到：

$$R_0 = \frac{1}{H_0\sqrt{|\Omega_{k0}|}} \tag{47}$$

在（44）式中做变换 $a = 1/(1+z)$ 并积分就得到（36）式。然而很清楚的是，（46）式含有常数 k，但（47）式不含 κ，这显然是错误的。按照（46）式 $\kappa = 0$ 时 $\Omega_{k0} = 0$， R_0 是有限的。若按（47）式，$\Omega_{k0} = 0$ 时 $R_0 \to \infty$，也就是说平直空间当前时刻的 R_0 无穷大，这显然不对。按照（46）式，实际的结果应当是：

$$R_0 = \frac{\sqrt{|-k/\Omega_k|}}{H_0} \tag{48}$$

事实上我们根本不必要引入 $\rho_k = -k/(a^2R^2)$，这个关系是完全多余的。按照现有的理解，空间是否平直取决于 k 是否等于零，这仅体现在 $\sin n\bar{r} = \bar{r}$，还是 $\sin n\bar{r} = \sin\bar{r}$ 或 $\sin n\bar{r} = \sinh\bar{r}$。对于平直空间，在（41）式中令 $\kappa = 0$，代入（44）式积分并考虑 $\Omega_{m0}+\Omega_\lambda = 1$ 和 $\sin \mathrm{n}\bar{r} = \bar{r}$，得到：

$$H_0 R_0 \bar{r} = \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^2(1+\Omega_{m0}z')}} \tag{49}$$

由于（47）式不成立，（36）是实际上只能写为：

$$d_L = R_0(1+z)\sin n\left[\frac{1}{R_0H_0}\int_0^z\frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^2(1+\Omega_{m0}z')-z'(2+z')\Omega_\lambda}}\right] \tag{50}$$

同样考虑到 $k=0$， $\Omega_{m0}+\Omega_\lambda = 1$ and $\sin \mathrm{n}\bar{r} = \bar{r}$，按照（50）式则有：

$$H_0 R_0 \bar{r} = \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^2(1+\Omega_{m0}z') - z'(2+z')\Omega_\lambda}} \tag{51}$$

与（49）式比较，（51）式被积函数根号内多了包含 Ω_λ 的项。原因在于 $\kappa = 0$ 时（43）式右边是实际上只有两项：

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = H_0^2\left(\frac{\Omega_{m0}}{a} + \Omega_\lambda a^2\right) \tag{52}$$

但（36）式按（43）式计算多了三项。如果空间弯曲，对于 $\kappa = 1$，我们仍然有 $\Omega_{m0} + \Omega_\lambda = 1$。则有：

$$d_L = R_0(1+z)\sin\left[\frac{1}{R_0 H_0}\int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^3\Omega_{m0} + \Omega_\lambda}}\right] \tag{53}$$

同样对于 $\kappa = -1$，我们有：

$$d_L = R_0(1+z)\sinh\left[\frac{1}{R_0 H_0}\int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{(1+z')^3\Omega_{m0} + \Omega_\lambda}}\right] \tag{54}$$

（53）和（54）式与（36）式也是不一样的，可见（36）式是错误的，我们不可能用它计算 Ia 超新星的红移—距离关系。需要强调的是，这是一个数学错误，与物理无关。最根本的是，如果 $\dot{R}(t) =$ 常数，就有 $\dot{a} =$ 常数，代入（44）式积分，我们是不可能得到（36）式的。以下证明，如果直接用多普勒红移公式计算结果表明，就不需要暗能量和宇宙加速膨胀的假设。

三．采用多普勒公式计算 Ia 超新星红移

3.1 宇宙学的弗里德曼方程需要相对论修正

标准宇宙学建立在宇宙学原理基础上，宇宙学原理认为宇宙中物质分布是均匀且各向同性的。因此宇宙物质密度就仅与时间有关，与空间坐标无关，写为 $\rho(t)$。为了与宇宙学原理相匹配，宇宙学采用罗伯逊–沃特度规，它被认为是具有最大时空对称性的度规。

标准宇宙学采用弗里德曼方程作为基本运动方程。弗里德曼方程建立在爱因斯坦引力场方程的基础上，但采用了两个简化的条件，一是罗伯逊—沃克度规，二是静态能量动量张量。然而英国物理学家阿瑟·米恩 1943 年指出[(6)]，除了不含宇宙常数外，从牛顿引力理论可以很简单地导出弗里德曼方程。这个结果说明弗里德曼方程实际上与牛顿引力理论等价，只能用来描述宇宙的低速膨胀过程，不能用来描述高速膨胀的宇宙过程，因此我们不得不考虑这两个简化条件的合理性。

事实上如前文证明，罗伯逊—沃克度规破坏真空光速不变原理，描述的不是相对论意义上的时空结构。此外宇宙学中采用静态能量动量张量，实际上只考虑宇宙物质的静止能量，没有考虑宇宙天体与观察者之间的运动速度，忽略了实际存在的动量。因此现有弗里德曼方程实际上是一个过于简化的，牛顿引力理论意义上的运动方程。对于宇宙学早期阶段，天文观察到的是低速膨胀的宇宙过程，弗里德曼方程还能应付。宇宙学发展到现在的阶段，观察到的现象涉及宇宙告诉膨胀的观察，比如 Ia 超新星高红移现象，弗里德曼方程就不能适用，需要进行相对论修正。

如果在爱因斯坦引力场方程中考虑满足狭义相对论要求的度规（33）式，由于度规张量 $g_{00} \neq 1$ 和 $g_{01} \neq 0$，其中包含速度因子 $\dot{R}(t)\bar{r}$，得到的运动方程的形式比弗里德曼方程复杂得多。若再考虑

到动态的能量动量张量，也将引入运动速度 $\dot{R}(t)\bar{r}$ 。即使按照宇宙学原理，物质密度与坐标无关仍然 $\rho(t)$ 表示，通过爱因斯坦引力场方程导出宇宙学方程不但与时间有关，而且与随动坐标 $\bar{r}$ 有关，以至于方程实际上难以求解[7]。这也许就是宇宙学早期的先驱们之所以采用罗伯逊—沃克度规和静态能量动量张量的真实原因，他们可能实属无奈。

鉴于这种情况，我们需要从其他角度重新考虑宇宙学方程。事实上作者已证明，即使认为爱因斯坦引力场方程是正确的，将球对称施瓦西解变换到平直时空中描述，可以得到修正的牛顿引力公式[7]：

$$m_0\frac{d^2\bar{r}}{d\tau^2}=-GM_0m_0\left(1+\frac{3L^2}{c^2r^2}\right)\frac{\bar{r}}{r^3} \tag{55}$$

其中所有的变量都已是在平直时空中定义的，同时可以证明：

$$d\tau=\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}dt \tag{56}$$

将（55）式用于宇宙学，得到修正的弗里德曼方程。在此式的基础上利用多普勒红移公式，采用计算机数值计算方法，就可以很好地解释 Ia 超新星的红移—距离关系。

同时还证明，即使完全按照牛顿引力理论，在（55）式中不考虑相对论修正，只要采用多普勒红移公式，也同样可解释 Ia 超新星的红移—距离关系。

由此得出结论，所谓的暗能量是由弯曲时空的引力描述方法加上度规红移公式引起的。只要采用正确的方法做计算，我们就根本没有必要引入宇宙加速膨胀的假设，可以彻底摆脱目前宇宙学需要大量非重子暗物质暗和能量的困难，现有宇宙学理论中宇宙年龄偏小的问题可以得到很好的解决。

3.2 采用多普勒公式的计算方法

在数学上我们知道，微分方程的解由初始条件确定。然而现有大爆炸宇宙学认为，宇宙从一个奇点中爆发出来。因此目前宇宙中不同位置上的物质的初始位置都是一样的，初始时刻宇宙物质密度无穷大。然而无穷大是不可思议的，真实的世界不可能存在密度无穷大。实际情况应当是，可能存在未知的相互作用，可以避免物质在引力作用下被无限压缩导致的密度无穷大。

假设存在某种机制，使得静止质量为 M 的球体最终只能被压缩到有限半径 r_0' 。宇宙膨胀运动方程可以写为：

$$m_0\ddot{r}=F(r)+F_n(r) \tag{57}$$

其中 $F(r)$ 是牛顿引力， $F_n(r)$ 是非引力相互作用的总和。为了计算方便，可以形式地令：

$$F_n(r)=\frac{m_0}{2}A(r)\delta(r-r_0') \tag{58}$$

其中 $A(r)$ 是待定函数。此结果相当于在 r_0' 处有一个无穷势垒，半径为 r 的球面物质收缩到半径为 r_0' 的球面时，就不可能再继续收缩。

假设宇宙物质均匀分布，密度 $\rho=\rho(t)$ 。半径为 $r=0$ 的球面内物质的静止质量为 M_0 。按照修正的牛顿引力理论，引力与物体的速度有关。计算宇宙膨胀，在 $V/c<<1$ 的情况下，球面上一个质点在质量 M 产生的引力场中的速度为：

$$\frac{V}{c}=\sqrt{Q_1(r)+K(r_0')}=\sqrt{\frac{2GM_0}{c^2 r}\left(1-\frac{3}{20}\frac{\alpha}{r}+\frac{3}{56}\left(\frac{\alpha}{r}\right)^2+\cdots\right)+K(r_0')} \qquad (59)$$

其中常数$\alpha=2GM_0/c^2$， $K'(r)=K(r)\sqrt{1-V^2/c^2}/2$。令括号内的$\alpha=0$，就得到牛顿力学的结果：

$$\frac{V}{c}=\sqrt{\frac{2GM}{c^2 r}+K(r_0')}=\sqrt{\frac{8G\rho\, r^2}{3c^2}+K(r_0')} \qquad (60)$$

将这个膨胀球体看成膨胀宇宙，球面上的发光星体沿径向运动时，多普勒速度—红移公式为：

$$z=\sqrt{\frac{1+V(t)/c}{1-V(t)/c}} \qquad (61)$$

设地球观察者位于坐标系的原点，$r(t)$是t时刻星体相对于地球观察者的实际距离，r_0是当前的t_0时刻星体与地球观察者的实际距离。在球体膨胀过程中，发光天体从r_1点运动到r_0点（$r_0>r_1$）的同时，该天体发出的光从r_1点传到位于坐标原点的观察者。假设光速不变，有以下关系：

$$\Delta t=\int_{t_1}^{t_0}dt=\frac{r_1}{c}=\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{V} \qquad (62)$$

我们实际上只知道当前t_0时刻的宇宙物质密度ρ_0，不知道任意t时刻的物质密度ρ。利用关系$\rho_0 r_0^3=\rho\, r^3$，可得：

$$\sqrt{\frac{8\pi G\rho\, r^2}{3c^2}}=\sqrt{\frac{8\pi G\rho_0 r_0^{\,3}}{3c^2 r}} \qquad (63)$$

将（60）式代入（62）式并利用上式，得：

$$r_1=\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{V/c}=\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{\sqrt{8G\rho_0 r_0^3/(3c^2 r)+K(r_0')}} \qquad (64)$$

将上式积分，原则上可得：

$$r_1=f\left(r_0,K(r_0')\right)-f\left(r_1,K(r_0')\right) \qquad (65)$$

原则上从上式可以解出$r_0=g(r_1,\kappa)$。地球观察者在t_0时刻观察到的是$t_1<t_0$时刻位于$r_1<r_0$位置的星体发出的光的红移，在t_0时刻星体实际上已经到达r_0的空间点。

天体与观察者的距离r_1以及在该的位置上红移Z是已知的测量值，但r_0和$K(r_0')$是未知的，$K(r_0')$代表宇宙膨胀观察空间r'点的初始状态。通过联立（61）和（65），就可以确定r_0和$K(r_0')$。（64）式无法直接积分，需要计算机数值计算。我们只知道当前时刻的物质密度ρ_0，不知道t时刻的宇宙物质密度$\rho(t)$，需要用公式$\rho(t)r^3=\rho_0 r_0^3$进行变量换算。取$G=6.67\times10^{-11}$，$r=y\times10^{26}$和$\rho_0=b\times10^{-27}$，得：

$$\sqrt{\frac{8\pi G\rho_0 r_0^{\,3}}{3c^2 r}}=0.25\sqrt{\frac{by_0^3}{y}} \qquad (66)$$

数值计算过程以x为基本变量，b，Z和y_1作为输入参数，求y_0和$K(r_0')$。采本文方法，我们实际上是从当前的观察结果倒推宇宙膨胀的初始状态。或者说我们只要了解了宇宙大爆炸的初始条件，

就能确定宇宙的现状，事情就变得很合理。

3.3 对 Ia 超新星的计算结果

根据光度法测量，当前时刻宇宙中发光物质的密度约为 $\rho_0 \approx 2\times10^{-28} kg/m^3$。考虑到星系间以及星系团间大量存在的不发光物质，假设宇宙实际物质密度是发光物质密度的 10 倍，令 $\rho_0 \approx 2\times10^{-27} kg/m^3$（即 $b=2$）。在图 1 所示的超新星哈勃图中 $m_B = 5.5 + 5\log d_L$ (1)。其中的光度距离 $d_L = r(1+z)$，d_L 以 $10^6 pc = 3.09\times10^{22} m$ 为单位。在本文建立在平直空间基础上，不考虑引力红移，只考虑多普勒效应。由于光子在传播过程中频率不变，就没有必要引入光度距离的概念（详见附录讨论），因此要将 d_L 重新换算成 r_1。

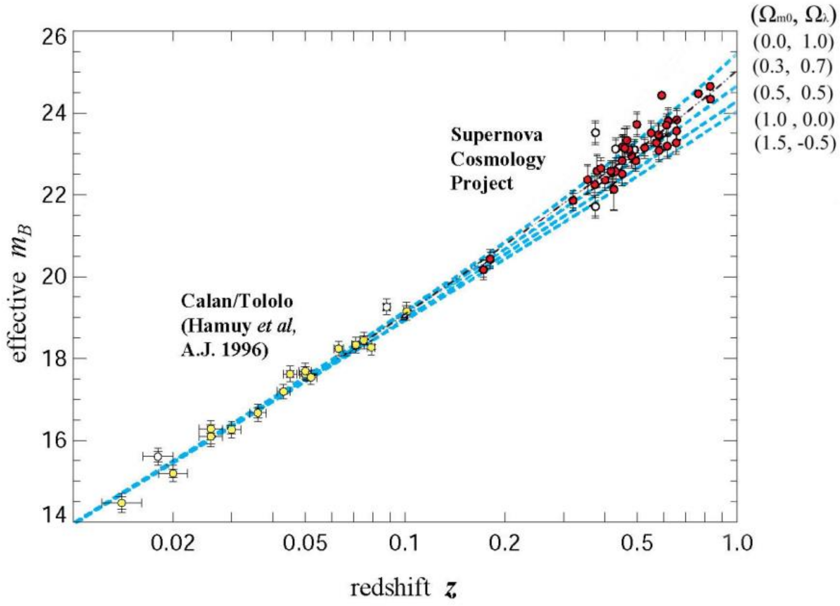

图 1. Ia 超新星红移—光度距离哈勃图（引自 Ricss A.G. et al, 1998）

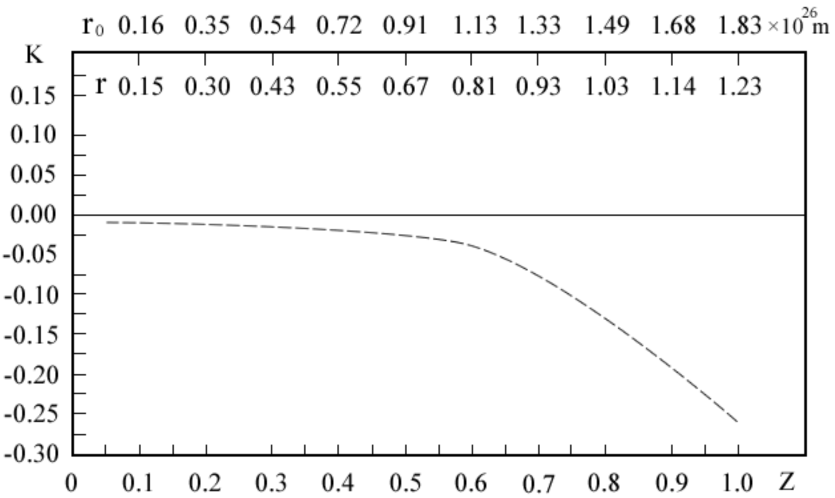

图 2. 采用牛顿引力公式计算的 Ia 超新星红移—距离—初始条件参数图

图 2 是用未经修正的牛顿引力理论和计算的，Ia 超新星的红移和距离与初始条件参数的关系。图中纵坐标是初始条件参数 $K(r_0')$ 的值，图下方横坐标是红移值，图上边方框线下面是与红移对应的

星体在过去时刻的距离r，方框线上是当前时刻星体实际已经移到的位置r_0。对于图 1 中的$z=1$和$m_B=25$，对应于$r_1=1.23\times10^{26}m$。通过数值计算得$r_0=1.83\times10^{26}m$和$K(r_0')=-2.60\times10^{-2}$。对于$z=0.50$和$m_B=23.1$，对应于$r_1=0.67\times10^{26}m$，计算得到$r_0=0.91\times10^{26}$和$K(r_0')=2.51\times10^{-2}$。对于$z=0.10$和$m_B=19.1$，对应于$r_1=0.15\times10^{26}m$，计算得到$r_0=0.16\times10^{26}$和$K(r_0')=5.30\times10^{-3}$。

可见直接采用多普勒红移公式，用即使用牛顿引力理论，也能很好地解释超新星的宇宙学红移问题，不必引入宇宙常数和暗能量假设，也不存在暗能量引起的宇宙加速膨胀。宇宙从一个有限的体积，而不是从奇点开始膨胀，大爆炸宇宙的奇点困难也同时被消除。

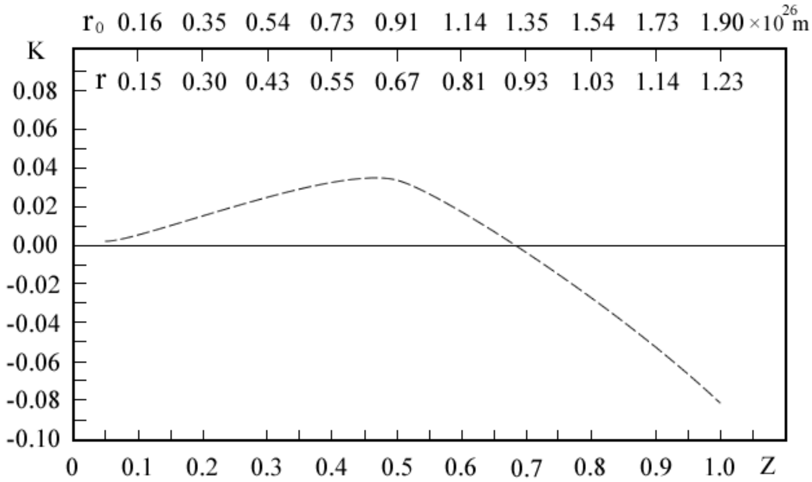

图 3. 采用修正的牛顿引力公式计算的 Ia 超新星红移—距离—初始条件关系图

如果采用修正的牛顿引力理论计算，按照文献【7】中得到的结果，Ia 超新星红移—距离—初始条件参数关系如图3所示。比较图2和图3可知，二者的差别在于，采用牛顿引力理论，参数$K(r_0')<0$。采用修正的牛顿引力公式，$z>0.7$时$K(r_0')<0$，$z<0.7$时$K(r_0')>0$。另外，对于$z=1$，$r_1=1.23\times10^{26}m$的情况，用修正的引力理论，计算结果是，星体在当前时刻运动到$r_0=1.91\times10^{26}m$的位置，$V/c=0.60$。用牛顿引力理论计算，结果是星体在当前时刻运动到$r_0=1.83\times10^{26}m$的位置，$V/c=0.60$相同之处是，z很小的情况下都有$K(r_0')\to0$。

3.4 宇宙年龄

假设宇宙内有一个球面，初始半径$r_1=1.5\times10^{11}$米，相当于地球和太阳之间的距离。经过足够长时间后，位于坐标原点处的观察者观察到位于$r=1.23\times10^{26}$处该球面上发出来的红移$z=1$的光。取当前时刻宇宙物质密度为$\rho_0=2\times10^{-27}kg/m^3$，初始时刻球内物质密度就为$\rho_0'=5.9\times10^{17}kg/m^3$，相当于中子星的质量。按照前述的数值计算结果，在当前时刻球面实际上已经膨胀到$r_0=1.83\times10^{26}m$米的地方。将这个值视为目前人类可观察的宇宙半径，再将对应的$K(r_0')=-0.026$代入以下公式，计算球面从$r_1=1.5\times10^{11}m$膨胀到$r_0=1.83\times10^{26}m$所花费的时间：

$$\Delta t=\int_{t_1}^{t_0}dt=\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{V}=\int_{r_1}^{r_0}\frac{dr}{c\sqrt{8G\rho_0r_0^3/(3c^2r)-0.026}} \tag{67}$$

计算结果是$\Delta t=350$亿年。但这个值对初始半径不敏感，取$r_1=10^{20}m$，相当于的银河系的半径，计算结果也基本一样，说明宇宙年龄主要由后期膨胀过程决定。用上式计算球体半径从1.23×10^{26}米膨胀到1.95×10^{26}米的时间为154 亿年。因此球体半径从1.5×10^{11}米膨胀到1.23×10^{26}米的时间是

196 亿年。按目前宇宙学的估计，宇宙年龄是$100\sim150$ 亿年，这个时间太短不够星系的形成。

采用修正的牛顿引力公式，对于相同的红移值 $z=1$，文献【7】给出的计算结果是，球面从 $r_1=1.5\times10^{11}m$ 膨胀到 $r_0=1.95\times10^{26}m$ 所花费的时间 $\Delta t=308$ 亿年，从 1.23×10^{26} 米膨胀到 1.95×10^{26} 米的时间为130 亿年，因此球面1.5×10^{11} 米膨胀到1.23×10^{26} 米的时间是178 亿年。

可见对于相同的红移值，采用修正的牛顿引力公式计算，宇宙年龄比采用未修正的牛顿引力公式计算结果小。不论采用牛顿引力公式还是采用修正的牛顿引力公式，现有宇宙学中宇宙年龄太小的问题都可以得到很好的解决。

四. 结 论

当前的宇宙学中出现许多困难问题，这些问题是原则性的，不是通过对现有理论修修补补就能解决的，我们需考虑宇宙理论的基础是否存在问题。从爱因斯坦引力场方程推导弗里德曼宇宙学方程的过程中，我们实际上引入两个近似条件。一是罗伯逊—沃特度规，它的度规张量只与时间有关，与空间坐标无关。二是静态能量动量张量，其中不包含运动物质的速度。我们需要考虑着两个近似条件是否合适，因为它们实在是过于简化的。

宇宙学红移被认为由多普勒效应，然而目前宇宙学中计算超 Ia 新星红移—距离用的不是多普勒红移公式，而是建立在罗伯逊—沃特度规基础上的度规红移公式。该公式与多普勒红移公式完全不一样，以至于二者根本不相容，这种不一致性在物理上是不允许的。我们需要问的是，宇宙学中为什么使用度规红移公式，不直接使用多普勒红移公式。

原因在于多普勒效应与速度因子 $\dot{R}(t)\bar{r}$ 有关，如果考虑多普勒效应，爱因斯坦引力场方程中我们就必须采用动态的能量动量张量。得到的宇宙学运动方程就会非常复杂，以至于方程实际上无解。如果宇宙学中采用度规红移公式，按（1）式红移就与速度因子 $\dot{R}(t)\bar{r}$ 无关。等价于在引力场方程中采用静态能量动量张量，就可以避免这方面的麻烦。然而问题是，地球观察者与宇宙天体之间实际上存在相对运动速度，宇宙学运动方程中采用静态能量动量张量是不合理的。

此外，建立在罗伯逊-沃特度规基础上的红移公式也不可能是正确的。原因在于罗伯逊—沃克度规只是一种空间数学结构，宇宙学中采用罗伯逊—沃克度规不是绝对必要的。事实上我们也可以用一般的坐标系来建立宇宙学方程，由此就不存在（1）式的度规红移。因此宇宙学度规红移的起源是可疑的，最起码它不可能是一种独立的物理机制引起的红移。但引力红移和多普勒红移是由独立的物理学规律决定的，如果能从罗伯逊—沃克度规得到光谱红移，这种红移就必须与多普勒红移和引力红移不矛盾，但这是不可能的。

另一方面，本文从数学上严格证明，度规红移公式是一阶近似的结果。考虑高阶近似后，该公式还应当满足限制条件 $\dot{R}(t_0)=\dot{R}(t_1)=$ 常数。因此即使红移公式 $z+1=R(t_0)/R(t_1)$ 成立，也只能用于空间匀速膨胀的情况，不能用于存在加速度的宇宙过程。从数学严格的角度，这两个近似关系都不存在。也就是说从罗伯逊—沃克度规不可能得到新的红移公式，它不代表独立的物理学规律。

除此外，罗伯逊-沃特度规还存在许多问题。比如罗伯逊-沃特度规破坏真空中光速不变原理，尺度因子与时间有关时，罗伯逊-沃特度规没有常数曲率等等。因此目前宇宙学中超新星红移—距离关系的计算公式是错误的，我们应当直接用多普勒红移公式来讨论 Ia 超新星的高红移问题。其结果是，即使完全按牛顿引力理论，Ia 超新星的高红移也能够得到很好的解释，我们不需要宇宙学暗能量和宇宙解释膨胀的假设，宇宙年龄太小的问题也可以得到很好的解决。

我们开发的这套“用修正的牛顿力学和多普勒红移公式计算宇宙学红移”计算程序及其源代码向研究者开放，需要者可以通过电子邮箱 mxc001@163.com 索取。

附录：度规红移与多普勒红移不相容

1．罗伯特——沃特度规的空间固有距离和膨胀速度

标准宇宙学采用罗伯逊-沃特度规（2）式描述宇宙时空。在某个确定的时刻t，在矢径方向星体与坐标原点之间的固有距离定义为[8]：

$$r(t)=R(t)\int_0^{\bar{r}}\frac{d\bar{r}}{\sqrt{1-\kappa\bar{r}^2}}=R(t)l(\bar{r}) \qquad l(\bar{r})=\int_0^{\bar{r}}\frac{d\bar{r}}{\sqrt{1-\kappa\bar{r}^2}} \tag{68}$$

如果空间平直$\kappa=0$，就得到$l(\bar{r})=\bar{r}$和：

$$r(t)=R(t)\bar{r} \tag{69}$$

设观察者位于坐标原点而且空间是平直的，由于空间膨胀引起的星体相对观察者的速度为：

$$V(r)=\dot{r}(t)=\dot{R}(t)\bar{r} \tag{70}$$

宇宙学中经常有一些错误的看法，认为采用随动坐标后，宇宙中星体是没有运动速度的。事实上星体运动速度体现在尺度因子对时间的变化率上，只要$\dot{R}(t)\neq 0$，观察者与星体不在一处$\bar{r}\neq 0$，星体相对于观察者就有运动速度。

（70）式描述的速度与坐标$\bar{r}$成正比，这会导致一个问题。对于确定的$\dot{R}(t)$，$\bar{r}$足够大时会导致$V>c$。这个关系给宇宙学埋下隐患，宇宙学目前面临的许多问题实际上都与此有关。在宇宙学早期，由于观察到的星体的距离都比较近，它们的运动速度$V<<c$，（70）式近似成立，哈勃红移公式实际上建立在（70）式的基础上。然而如果涉及高速膨胀的宇宙过程，星体位于足够远的地方，（70）式的局限性就会显现出来，下文中我们将深入讨论这个问题。

2．光度距离与固有距离的关系

许多情况下宇宙中星体和观察者之间的距离无法直接测量，需要采用间接方式测量，由此导出光度距离概念。星体在单位时间内发出的光能称为光度L,天文学上观察到的是星体的亮度B。设星体的光度距离为d_L，三者之间的关系为$B=L/\left(4\pi d_L\right)$。如果光在空间传播过程中频率不变，考虑到光子的能量是$E=h\nu$，光子辐射时的能量等于接收的能量，光度距离d_L就等于实际距离。

比如光源在平直空间做匀速运动，产生多普勒频移。但光在空间传播过程中频率不变，光度距离就等于固有距离或实际距离。如果空间存在引力场，光在引力场中运动要改变频率，光度距离d_L就不等于实际距离或固有距离。对于用罗伯特—沃特度规描述的情况，设光在运动过程产生的红移是z，光度距离d_L与固有距离r的关系是$d_L=r(1+z)=R\bar{r}(1+z)$。

3. 多普勒红移

设发光物质静止在K参考系上，原子发出的光的频率和波长是ν和λ。K参考系相对K_0参考系以匀速V运动，在K_0参考系观察，光的频率和波长变为ν_0和λ_0。物理学中光谱频移的定义是：

$$z=\frac{\nu}{\nu_0}-1=\frac{\lambda_0}{\lambda}-1 \tag{71}$$

其中ν和λ是发射的频率和波长，ν_0和λ_0接受到的频率和波长。当K参考系的发光体远离K_0参考系的观察者运动，且速度$V << c$时，按照多普勒公式，光谱的红移为：

$$z = \sqrt{\frac{1+V(t)/c}{1-V(t)/c}} \approx \frac{V(t)}{c} \tag{72}$$

多普勒效应的一个特征是，频移只与速度有关与距离无关。一旦运动光源发出光，远近的观察者观察到的频率都是一样的。光在运动过程中的频率不改变的，光度距离等于固有距离。在这种意义上，度规红移与多普勒红移的本质是不一样的。

4. 哈勃红移

假设空间没有引力场，或者说空间平坦，光在传播过程不改变频率。引入坐标变换$r(t) = R(t)\bar{r}$，它实际上就是平直空间中随动坐标的定义，代表平直空间中星体与观察者的实际距离。定义哈勃常数$H(t) = \dot{R}(t)/R(t)$，宇宙观察发现的哈勃红移是：

$$z = \frac{H(t)}{c} r(t) = \frac{\dot{R}(t)}{cR(t)} R(t)\bar{r} = \frac{\dot{R}(t)\bar{r}}{c} = \frac{V(t)}{c} \tag{73}$$

与（72）式比较可知，哈勃红移是多普勒效应在运动速度$V << c$情况下的近似。表面上看哈勃红移与距离成正比，由于哈勃常数包含尺度因子$R(t)$对时间的导数，哈勃公式本质上与星体的运动速度有关。哈勃红移被认为是星体退行速度引起的红移，并由此得出宇宙膨胀的推论。哈勃红移公式是近似的经验规律，宇宙学所观察到的红移也还可能与引力有关。因此从严格意义上，宇宙学中我们应当同时考虑多普勒红移和引力红移。

5. 罗伯逊—沃特度规红移

如图 4 所示，设星体在t_1时刻位于$r(t_1) = R(t_1)\bar{r}$点，发出的光的频率是ν_1，位于原点$\bar{r}_0 = 0$上的观察者在t_0时刻接受到光的频率是ν_0。设光源在到$t_1+\tau_1$时间内发出一个周期的光，$\tau_1 = c/\nu_1$。如果在参考系的原点接受到光的时间为t_0到$t_0+\tau_0$，则接受到的光的频率为ν_0。在图 4 的基础上，从罗伯逊—沃特度规可以得到红移公式（1），它只与度规尺度因子$R(t)$有关，与宇宙膨胀速度因子$\dot{R}(t)$无关。但多普勒红移公式与$\dot{R}(t)$有关与$R(t)$无关，二者的形式完全不一样，二者的差别可能非常大，我们需要了解（1）式的真正含义。

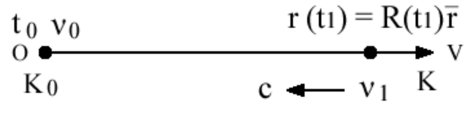

图 4. 由罗伯逊—沃特度规导致的红移

为了能确定红移，必须知道ν_0和ν_1。由于我们实际上通过测量来确定ν_0，问题的关键在于如何确定ν_1。事实上，ν_1被看成是光的固有频率。假设空间没有引力场，不存在引力红移。$r_1(t_1)$处有一个与光源静止在一起的观察者，在他看来光的频率是ν_1，也就是说ν_1是光的固有频率。在光从$r_1(t_1)$点传播到$r_0(t_0) = 0$的过程中，频率从ν_1变成ν_0，或者说频率改变是由于距离引起。这就是度规红移的本质，认为红移与距离有关，与速度无关。

这种看法会产生严重的问题，与多普勒红移是不相容的。因为在$r_0(t_0) = 0$处的观察者看来，

$r_1(t_1)$ 处的天体有运动速度，发出的光的频率不是固有频率，而是多普勒效应红移后的频率。因此频率变化只与速度有关，与距离无关。事实上如果频率与距离有关，地球上静止的观察者观察远处静止光源发出的光时，也会产生红移。这显然违背实验事实和物理学基本规律，是根本不可能的。

如果空间存在引力场，按照广义相对论，引力场会使光谱红移。因此对于引力场中运动的天体，除了运动速度引起的红移，还要考虑引力红移。由于引力强度不同的地方引力红移不同，公式（1）中的频率 ν_1 就与光源所在当地的引力势有关，不再是固有频率。

然而在实际的测量观察中，我们并不知道宇宙空间某处的引力场强，因此无法确定位于该处的天体发出的光的频率 ν_1。在实际的计算过程中，原点上的观察者只能将观察到的 ν_0 与固有频率比较来确定红移 z，因此（1）式不可能描述引力红移。事实上如果假设宇宙静止，就没有多普勒红移，同时有 $R(t_1)=R(t_0)$。按照（1）式 $z=0$，尽管空间存在引力场，有引力红移。

可见（1）式的度规红移与多普勒红移和引力红移完全不一样，以下我们再举几个例子来说明。

6. 空间匀速膨胀的红移

罗伯逊—沃特度规即可以描述平直空间的匀速膨胀，也可以描述平直空间的加速膨胀过程。我们先讨论匀速膨胀过程，它等价于光源在真空中做匀速运动。此时图 1 中的 ν_1 是光的固有频率，或者说静止在运动参考系 K 上的观察者观察到的光的频率。对于静止在 K_0 参考系上的观察者，光的固有频率也是 ν_1，但接受到的光的频率是 ν_0。

设 $R(t)=a+bt$，a 和 $b<<c$ 都是常数，空间膨胀速度 $V(t)=\dot{R}(t)\bar{r}=b\bar{r}$。按照多普勒红移公式和哈勃红移公式，我们有：

$$z=\sqrt{\frac{1+V(t)/c}{1-V(t)/c}}\approx\frac{V(t)}{c}=\frac{b\bar{r}}{c} \tag{74}$$

红移与光源的随动坐标 $\bar{r}$（距离）成正比，与发光时刻无关。在任何时刻观察，红移都是一样的。如果按（1）式的度规红移，则有：

$$z=\frac{a+bt_0}{a+bt_1}-1=\frac{b(t_0-t_1)}{a+bt_1} \tag{75}$$

z 表示观察者在 t_0 时刻观察到的红移。t_1 时刻的哈勃常数为：

$$H(t_1)=\frac{\dot{R}(t_1)}{R(t_1)}=\frac{b}{a+bt_1} \tag{76}$$

空间均匀膨胀相当于光源做匀速运动，由于光速与光源运动无关，或者说真空中光速不变，令 $d_L(t_1)=c(t_0-t_1)$，$d_L(t_1)$ 就代表 t_1 时刻发光体与观察者的距离。可以将（75）式写成哈勃红移公式的形式：

$$z=H(t_1)(t_0-t_1)=\frac{H(t_1)}{c}d_L(t_1) \tag{77}$$

表明上看（77）式与哈勃红移公式的形式一样，但实际结果与（74）式完全不一样。按照（74）式，红移与随动坐标 $\bar{r}$（距离）成正比，与时间无关，在当前时刻红移 $z\neq 0$。按照（77）式，红移与 $d_L(t_1)=c(t_0-t_1)$ 有关。当 $t_0=t_1$ 时发光体与观察者距离为零，红移也为零，尽管发光体与观察者之

间的相对运动速度不为零。

更简单地说，按照多普勒公式，红移与观察者和光源的距离无关与速度有关。观察者和光源的距离为零，光源以近光速运动时，红移趋于无穷大。按照度规红移公式，红移与观察者和光源的距离有关与速度无关。观察者和光源的距离为零，光源以近光速运动时，红移趋于零。二者的差别是本质的和巨大的，根本无法达到一致。

7. 空间匀加速膨胀时的红移

按照广义相对论，加速过程与引力场等效，也会引起红移。我们以下不考虑加速过程引起的引力红移，只考虑速度和距离效应，来讨论有加速度时的多普勒红移，哈勃红移和度规红移。

假设空间平直，光源做匀加速运动，令：

$$R(t)=a+bt+\frac{1}{2}gt^2 \tag{78}$$

$$V(t)=\dot{R}(t)\bar{r}=(b+gt)\bar{r} \tag{79}$$

在$V(t)<<c$的情况下，t_1时刻的多普勒红移为：

$$z=\sqrt{\frac{1+(b+gt_1)\bar{r}/c}{1-(b+gt_1)\bar{r}/c}}\approx\frac{(b+gt_1)\bar{r}}{c} \tag{80}$$

由于这种情况下光的频率在传播过程中不变，位于坐标系原点的观察者在t_0时刻观察到的红移也用上式表示。t_1时刻的哈勃常数为：

$$H(t_1)=\frac{\dot{R}(t_1)}{R(t_1)}=\frac{b+gt_1}{a+bt_1+gt_1^2/2} \tag{81}$$

哈勃红移公式写为：

$$z=\frac{H(t_1)}{c}r(t_1)=\frac{\dot{R}(t_1)}{cR(t_1)}R(t_1)\bar{r}=\frac{\dot{R}(t_1)\bar{r}}{c}=\frac{(b+gt_1)\bar{r}}{c} \tag{82}$$

与多普勒红移的（80）式完全一样。如果用（1）式，就有：

$$z=\frac{a+bt_0+gt_0^2/2}{a+bt_1+gt_1^2/2}-1 \tag{83}$$

利用（81）式和$d_L(t_1)=c(t_0-t_1)$，可以将（82）式写为：

$$z=\frac{H(t_1)}{c}d_L(t_1)-\frac{q(t_1)}{2}\frac{H^2(t_1)}{c^2}d_L^2(t_1) \tag{84}$$

上式可以看成修正的哈勃公式，但$d_L(t_1)$一般认为不是发光体的实际距离，我们可以称它为表观距离。第二项是修正项，其中：

$$q(t_1)=-\frac{g(a+bt_1+gt_1^2/2)}{(b+gt_1)^2} \tag{85}$$

（84）式与（80）和（82）式完全不一样，它们是不相容的。按照（80）和（82）式，红移仍然与发光体的随动坐标$\bar{r}$成正比，在当前时刻$z=(b+gt_0)\bar{r}$。按照（84）式，红移与距离d_L就不是哈

勃公式的线性关系。在当前时刻$z=0$，尽管发光体与观察者之间的相对速度不为零。可见多普勒红移与哈勃红移是一致的，但与度规红移存在原则性的差别。

8. 一般情况下的红移

在发光体做一般的加速运动是，教科书和文献中常将$R(t)$在t_0的领域展开，写成[9]：

$$R(t)=R(t_0)\left[1+\frac{\dot{R}(t_0)}{R(t_0)}(t-t_0)+\frac{\ddot{R}(t_0)}{R(t_0)}\frac{(t-t_0)^2}{2}+\cdots\right]$$

$$=R(t_0)\left[1+H(t_0)(t-t_0)-\frac{1}{2}q_0H^2(t_0)(t-t_0)^2+\cdots\right] \tag{86}$$

其中减速因子：

$$q_0=-\frac{\ddot{R}(t_0)R(t_0)}{\dot{R}^2(t_0)^2} \tag{87}$$

如果（86）式括号内除 1 以外的各项都足够小，代入（1）式，同样令$d_L(t_1)=c(t_0-t_1)$，就得到：

$$z=\frac{H(t_0)}{c}d_L(t_1)+\frac{q(t_0)}{2}\frac{H^2(t_0)}{c^2}d_L^2(t_1)+\cdots \tag{88}$$

上式第一项形式上与哈勃公式一样，因此被看成是哈勃公式的修正。上式成立的条件是t_0-t_1足够小，否则展开式不收敛。同时我们还要注意，（88）式中的$H(t_0)$和$q(t_0)$是当前时刻的物理量，但在（82）和（84）式中，$H(t_1)$和$q(t_1)$却是过去时刻的物理量。

然而对于宇宙学中的问题，t_0-t_1可能是非常大的，比如对于高红移超新星，t_0-t_1可以是几十亿甚至上百光年。由于展开式与$(t_0-t_1)^n$成正比，$n\to\infty$时级数可能发散，（88）式是不适用。事实上在（1）式中，时间t_0和t_1的地位是平等的，或者说（1）式实际上有两个独立的变数t_0和t_1。当t_0和t_1的差别很大时，我们只能在t_0的领域对$R(t_0)$做台劳级数展开，在t_1的领域对$R(t_1)$做台劳级数展开。结果应当是：

$$R(t_0)=R(t_0)\left[1+H(t_0)\Delta t_0-\frac{1}{2}q_0H^2(t_0)\Delta t_0{}^2+\cdots\right] \tag{89}$$

$$R(t_1)=R(t_1)\left[1+H(t_1)\Delta t_1-\frac{1}{2}q_1H^2(t_1)\Delta t_1{}^2+\cdots\right] \tag{90}$$

其中$\Delta t_0<<1$，$\Delta t_1<<1$，代入（1）式，得到：

$$z=\frac{1+H(t_0)\Delta t_0-\frac{1}{2}q_0H^2(t_0)\Delta t_0{}^2+\cdots}{1+H(t_1)\Delta t_1-\frac{1}{2}q_1H^2(t_1)\Delta t_1{}^2+\cdots}-1$$

$$\approx H(t_0)\Delta t_0-H(t_1)\Delta t_1-\frac{1}{2}q_0H^2(t_0)\Delta t_0{}^2+\frac{1}{2}q_1H^2(t_1)\Delta t_1{}^2\cdots \tag{91}$$

上式与（88）式完全不一致，也就是说一般而言，我们不可能从度规红移公式得到所谓的修正的哈勃红移公式（88）。

参考文献

1. S. Perlmutter,etc.,Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae, *APJ*, 1999, 517, 565 doi:10.1086/307221.
2. B. Leibundgut, ect., Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal* 1998 , 116 1009, doi:10.1086/300499
3. 俞允强，物理宇宙学讲义，北京大学出版社，2006， p.116. Edward W. Kolb, Michael S. Turner, The Early Universe, 1990, Addison-Wesley Publishing Company, p. 39.
4. X. Mei, The R-W Metric Has No Constant Curvature When Scalar Factor R(t) Changes with Time, International Journal of Astronomy and Astrophysics, 2011, 1, 177-182, Doidoi:10.4236/ijaa. 2011.14023.
5. S. M Carroll, W. H. Press, The Cosmology Constant, Ann. Rev. Astro. Astrophys., 1992, Vol. 30, p. 409.
   S. M. Carroll, The Cosmology Constant, Living Rev. Relativity, 3, 2001, 1, [Online Article]: http://www.livingreviews.org/lrr-2001-1.
6. E. A. Milne, A Newtonian Expanding Universe, General Relativity and Gravitation, Volume 32, Number 9 , Publisher: Springer Netherlands , September 2000.
7. X. Mei, P. Yu, Revised Newtonian Formula of Gravity and Equation of Cosmology in Flat Space-time Transformed from Schwarzschild Solution, International Journal of Astronomy and Astrophysics, Vol. 2, No. 1, 2012. doi: 10.4236 /ijaa.2012.21002.
8. S. 温伯格，引力论和宇宙论，科学出版社，1984, p. 478.
9. 刘辽，赵峥，广义相对论，第二版，高等教育出版社，2004, p. 330.