广义相对论关于大质量天体崩塌成奇异性黑洞的计算是错误的

梅 晓 春

（福州原创物理研究所）

内容摘要 根据爱因斯坦广义相对论，罗伯特·奥本海默证明，质量足够大时宇宙中天体将崩塌成奇异性的黑洞。本文重新分析罗伯特·奥本海默最原始的计算，指出该计算存在以下几个严重的问题：1. 奥本海默证明的前提是，假设星体的密度不随时空坐标而变，$\rho(R,\tau)=\rho_0$ 是一个常数。这个前提是分步引入的，先假设密度不随空间坐标而变，再假设不随时间而变。但最后却得出星体崩塌密度无穷大的结论，前提与结论相矛盾。2. 按照这种计算，星体崩塌成奇异性黑洞与星体的质量和初始密度无关。即使星体的质量和密度非常小，比如一小团密度均匀的稀薄的气体，在引力的作用下也会收缩成奇点，这实际上根本不可能。3. 按照解引力场方程的程序，应当事先知道物质密度对时空坐标的变化形式，然后才能求度规的形式。如果物质密度随时空坐标的变化方式不知道，引力场方程式根本不能求解的，因此奥本海默的计算在程序上就是不可能的。4. 按照奥本海默的计算，设 R 是星体在任意 τ 时刻的半径，则 τ 随着 R 的增大而增大。然而在星体的崩塌过程中，应当是半径变得越小花费的时间越长，因此奥本海默的计算结果实际上不可能描述星体的收缩。6. 罗伯特·奥本海默的计算还存在一些明显的数学错误。7. 物质崩塌成奇异性黑洞的另外一种改进型的计算方法也存在上述问题，甚至引入随意的坐标变换来简化运动方程，结果同样是不可信的。因此本文的结论是，广义相对论至今实际上没有证明，质量足够大的星体会崩塌成密度无穷大的奇异性黑洞。

关键词：广义相对论，引力场方程，牛顿引力理论，奇异性黑洞，天体物理学

1． 前 言

钱德拉塞卡在 1935 年证明，白矮星的质量存在一个上限，即所谓的钱德拉塞

本文英文版发表于《International Journal of Astronomy and Astrophysics》2014, 4, 656-667.

卡极限，质量约为 1.44 个太阳质量【10】。如果质量大于钱德拉塞卡极限，白矮星是不稳定的，会收缩成中子星。这个证明只用到牛顿引力理论，不需要爱因斯坦引力理论。事实上在天体物理学中，广义相对论的修正非常小，计算一般的星体结构只需牛顿引力理论，没有必要考虑爱因斯坦引力理论。

在钱德拉塞卡之后，1936 年奥本海默等人采用爱因斯坦广义相对论证明，中子星的质量上限约为 0.75 个太阳质量【11】。如果大于这个质量，中子星也是不稳定的，或者爆炸或者继续收缩。这种证明只需考虑静态的爱因斯坦引力场，不考虑物质的运动速度和动量，度规张量与时间无关。

1939 年罗伯特·奥本海默根据广义相对论做进一步证明，天体质量足够大时会从静止状态崩塌到质量密度无限大的状态，即所谓的奇异性黑洞【12】。爱因斯坦开始时不相信，最后还是接受这个结果，由此开辟了所谓的奇异性黑洞的研究。

罗伯特·奥本海默关于星体崩塌成奇异性黑洞的计算非常复杂，表述形式晦涩，因此一般的教科书都不介绍罗伯特·奥本海默的证明。大多物理学家实际上只是接受他的说法，并不了解其中细节。作者仔细了考察奥本海默的原始论文，发现存在一系列严重的问题，奥本海默的结论是根本不成立的。

以下先介绍 S. 温伯格在《引力论和宇宙学》书中采用的一种改进型的，比较简单的计算方法【2】，并分析其中存在的问题，然后再讨论罗伯特·奥本海默的证明。结果显示，无论是改进型的计算还是罗伯特·奥本海默的计算，实际上都没有证明物质可以崩塌成奇异性黑洞。

2．星体崩塌过程的改进型计算

2. 1 物质球外部解

温伯格的计算考虑最简单的，压强可以忽略的物质球体的崩塌过程，将问题分为球外部解和内部解。质量球对称分布时，球外空间引力场用施瓦西度规表示：

$$dS^2=\left(1-\frac{r_0}{r}\right)dt^2-\left(1-\frac{r_0}{r}\right)^{-1}dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2)$$

$$=e^v dt^2-e^\lambda dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \qquad (16.1)$$

式中 $r_0=2Gm/c^2$ 称为星体的引力半径。根据广义相对论中证明的 Birkhoff 定理，不管球的体积和密度是否随时间变化，球外部空间的引力场是不随时间而变的，都

用（6.1）式表示。

2. 2 物质球内部解

设球内时空坐标为$(\bar{t},\bar{r},\bar{\theta},\bar{\varphi})$，对于物质球崩塌问题，将度规写成【2】:

$$dS^2 = d\bar{t}^2 - W(\bar{r},\bar{t})d\bar{r}^2 - M(\bar{r},\bar{t})(d\bar{\theta}^2 + \sin^2\bar{\theta}d\bar{\varphi}^2) \qquad (16.2)$$

忽略压强后流体的能量动量张量为$T^{\mu\nu} = \rho U^{\mu}U^{\nu}$，其中$\rho(\bar{r},\bar{t})$是固有质量密度。对于存在物质运动速度的问题，广义相对论不得不采用共动坐标系，否则运动方程无法解，对共动坐标的讨论见本章最后部分。在共动坐标系中，粒子的四维速度$U^{\bar{t}} = 1$，$U^{\bar{r}} = U^{\bar{\theta}} = U^{\bar{\varphi}} = 0$，动量守恒公式$(T^{\mu}{}_{i})_{\mu} = 0$自动满足，能量守恒公式为:

$$(T^{\mu}{}_{i});_{\mu} = -\frac{\partial\rho}{\partial\bar{t}} - \rho\Gamma^{\lambda}{}_{\lambda t} = -\frac{\partial\rho}{\partial\bar{t}} - \rho\left(\frac{\dot{W}}{2W} + \frac{\dot{M}}{M}\right) = \frac{\partial}{\partial\bar{t}}(\rho M\sqrt{W}) = 0 \qquad (16.3)$$

爱因斯坦引力场方程为$R_{\mu\nu} = -8\pi G S_{\mu\nu}$，其中：

$$S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^{\lambda}{}_{\lambda} = \rho\left[\frac{1}{2}g_{\mu\nu} + U_{\mu}U_{\mu}\right] \qquad (16.4)$$

利用（16.2）和（16.3）式，可得$S_{\mu\nu}$的非零分量：

$$S_{rr} = \rho\frac{W}{2} \qquad S_{\theta\theta} = \rho\frac{M}{2} \qquad S_{\varphi\varphi} = \rho\frac{W}{2}\sin^2\theta \qquad S_{tt} = \frac{\rho}{2} \qquad (16.5)$$

将（16.5）式代入爱因斯坦引力场方程，得到四个式子：

$$\frac{1}{W}\left[\frac{M''}{M} - \frac{M'^2}{2M^2} - \frac{W'M'}{2WM}\right] - \frac{\ddot{W}}{2W} + \frac{\dot{W}^2}{4W^2} - \frac{\dot{W}\dot{M}}{2WM} = -4\pi G\rho \qquad (16.6)$$

$$-\frac{1}{M} + \frac{1}{W}\left[\frac{M''}{2M} - \frac{W'M'}{4WM}\right] - \frac{\ddot{M}}{2M} - \frac{\dot{W}\dot{M}}{4WM} = -4\pi G\rho \qquad (16.7)$$

$$\frac{\ddot{W}}{2W} + \frac{\ddot{M}}{M} - \frac{\dot{W}^2}{4W^2} - \frac{\dot{M}^2}{2M^2} = -4\pi G\rho \qquad (16.8)$$

$$\frac{\dot{M}'}{M} - \frac{M'\dot{M}}{2M^2} - \frac{\dot{W}M'}{2WM} = 0 \qquad (16.9)$$

再设密度与坐标无关，即$\rho = \rho(\bar{t})$，并令：

$$W(\bar{r},\bar{t}) = R^2(\bar{t})f(\bar{r}) \qquad M(\bar{r},\bar{t}) = S^2(\bar{t})g(\bar{r}) \qquad (16.10)$$

从（16.9）式得$S(\bar{t}) = R(\bar{t})$。引入坐标变换$\tilde{r}^2 = \tilde{g}$，认为存在以下关系：

$$\tilde{f}=\frac{fg'^2}{4g} \tag{16.11}$$

上式在原文中没有证明，实际上是假设它成立。代入（16.10）式，去掉波纹线，得：

$$W(\bar{r},\bar{t})=R^2(\bar{t})f(\bar{r}) \qquad M(\bar{r},\bar{t})=R^2(\bar{t})\bar{r}^2 \tag{16.12}$$

将（16.12）式与（16.10）式比较可知，（16.11）式的变换实际上等于在（16.10）式中直接令 $g(\bar{r})=\bar{r}^2$。于是就可以将（16.7）和（16.8）式写成：

$$-\frac{f'(\bar{r})}{\bar{r}f^2(\bar{r})}-\ddot{R}(\bar{t})R(\bar{t})-2\dot{R}^2(\bar{t})=-4\pi GR^2(\bar{t})\rho(\bar{t}) \tag{16.13}$$

$$\left[-\frac{1}{\bar{r}^2}+\frac{1}{\bar{r}f^2(\bar{r})}-\frac{f'(\bar{r})}{2\bar{r}f^2(\bar{r})}\right]-\ddot{R}(\bar{t})R(\bar{t})-2\dot{R}^2(\bar{t})=-4\pi GR^2(\bar{t})\rho(\bar{t}) \qquad 16.14）$$

比较以上两式，显然有：

$$-\frac{f'(\bar{r})}{\bar{r}f^2(\bar{r})}=-\frac{1}{\bar{r}^2}+\frac{1}{\bar{r}^2f^2(\bar{r})}-\frac{f'(\bar{r})}{2\bar{r}f^2(\bar{r})}=-2\kappa \tag{16.15}$$

其中 κ 是一个常数。（16.15）式的积分是：

$$f(\bar{r})=\frac{1}{1-\kappa\bar{r}^2} \tag{16.16}$$

将以上结果代入（16.2）式，最后得到：

$$dS^2=d\bar{t}^2-R^2(\bar{t})\left[\frac{d\bar{r}^2}{1-\kappa\bar{r}^2}+\bar{r}^2d\bar{\theta}^2+\bar{r}^2\sin^2\bar{\theta}d\bar{\varphi}^2\right] \tag{16.17}$$

上式实际上就是宇宙学中曲率常数为 κ 的罗伯逊-沃特度规。将（16.10）式代入能量守恒公式（16.2），得到 $\rho(\bar{t})R^3(\bar{t})=$ 常数。令 $R(0)=1$，得：

$$\rho(\bar{t})=\frac{\rho(0)}{R^3(\bar{t})} \tag{16.18}$$

考虑（16.12），（16.15）和（16.18）式，方程（16.8）和（16.14）变成：

$$\ddot{R}(\bar{t})R(\bar{t})=-\frac{4\pi G\rho(0)}{R(\bar{t})} \tag{16.19}$$

$$-2\kappa-\ddot{R}(\bar{t})R(\bar{t})-2\dot{R}^2(\bar{t})=-\frac{4\pi G\rho(0)}{R(\bar{t})} \qquad (16.20)$$

从以上两式消去 $\ddot{R}(\bar{t})$，最后得到：

$$\dot{R}^2(\bar{t})=-\kappa+\frac{8\pi G\rho(0)}{3R(\bar{t})} \qquad (6.21)$$

假设 $\bar{t}=0$ 时 $\dot{R}(0)=0$，得 $\kappa=8\pi G\rho(0)/3$，上式变为：

$$\dot{R}^2(\bar{t})=\kappa\left[\frac{1}{R(\bar{t})}-1\right] \qquad (16.22)$$

其解可以用摆线的参数方程来表示：

$$\bar{t}=\frac{\psi+\sin\psi}{2\sqrt{\kappa}} \qquad R(\bar{t})=\frac{1}{2}(1+\cos\psi) \qquad (16.23)$$

当 $\psi=\pi$ 时 $R(\bar{t})=R(T)=0$，我们有：

$$\bar{t}=T=\frac{\pi}{2\sqrt{\kappa}}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{3}{8\pi G\rho(0)}} \qquad (16.24)$$

上式意味着一个初始密度为 $\rho(0)$，无压强的流体球在有限时间 T 内崩塌到 $R(T)=0$，体积等于零密度为无限大的状态。

2. 3 球外真空解和边界条件

已知真空中球对称引力场方程解为（16.1）式，与球内解（16.17）式不一样。为了使度规连续，需要做某种变换，使二者在物质球边界上相等。但变换比较复杂，温伯格自己也认为有点乱，这里仅给出结果。在（16.17）式中引入变换，令 $r=\bar{r}R(\bar{t})$，$\theta=\bar{\theta}$，$\varphi=\bar{\varphi}$，以及

$$t=\sqrt{\frac{1-\kappa a^2}{\kappa}}\int_{Y(\bar{r},t')}^{1}\frac{\sqrt{R/(1-R)}}{1-\kappa a^2/R}dR \qquad (16.25)$$

$$Y(\bar{r},\bar{t})=1-\left(1-R(\bar{t})\right)\sqrt{\frac{1-\kappa\bar{r}^2}{1-\kappa\bar{a}^2}} \qquad (16.26)$$

其中 $\bar{a}$ 常数是球的半径。考虑球体外的度规（16.1）式，将（16.17）式改写成：

$$dS^2=B(r,t)dt^2-A(r,t)dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \qquad (16.27)$$

其中：

$$B=\frac{R}{Y}\left(\frac{1-\kappa\bar{r}^2}{1-\kappa a^2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{(1-\kappa\bar{a}^2/Y)^2}{1-\kappa\bar{r}^2/R} \qquad A=\left(1-\frac{\kappa\bar{r}^2}{R}\right)^{-1} \qquad (16.28)$$

由于采用随动坐标，设任意时刻星体的半径收缩为 $r=\bar{a}R(\bar{t})$， $R(\bar{t})=1$ 时 $r=\bar{a}$ 。在星体表面 $\bar{r}=\bar{a}$ 处有：

$$Y=R(\bar{t}) \qquad B=1-\frac{\kappa\bar{a}^2}{R(\bar{t})} \qquad A=\left(1-\frac{\kappa\bar{a}^2}{R(\bar{t})}\right)^{-1} \qquad (16.29)$$

与（16.1）式比较，取：

$$\kappa=\frac{2Gm}{\bar{a}^3} \qquad m=\frac{4\pi}{3}\rho(0)\bar{a}^3 \qquad (16.30)$$

就可以使球边界上的度规形式连续。在（16.1）式中令 $dS=0$，积分后得：

$$t-t_a=\int_{aR(\bar{t})}^{r}\frac{dr'}{1-2Gm/r'} \qquad (16.31)$$

其中 t_a 是光从星体表面 $aR(\bar{t})$ 处出发的时间，t 是光到达远处 r 的时间。当 $r'=2Gm$ 或 $R(\bar{t})=2Gm/a=\kappa a^2$ 时，按照（16.31）式有 $t\to\infty$ 。因此在球外远处的观察者看来，球体崩塌到施瓦西半径时，发出的光传到 r 处的观察者需要无限长的时间，而崩塌到 $R(\bar{t})=0$ 的过程在球体外部则是无法观察的。

2. 4 改进型计算存在的问题

I）推导过程设星体密度与位置无关 $\rho=\rho(\bar{t})$，这个前提是不可能的。按照一般的物理学常识，在大质量天体的快速收缩过程中，物质密度不可能是均匀的。

II）（16.11）式是没有根据的，（16.12）式的简化实际上只是为了凑合结果。

III）按照（16.24）式，星体从静止状态崩塌到密度无限大所需要的时间只与初始密度 $\rho(0)$ 有关，与星体的质量和初始的体积无关。这样的结果是不可能的，因为按照这个公式，随便一小团稀薄气体都可以收缩成奇点。比如太阳的平均密度 $\rho(0)=1.44\times10^3 Kg/m^3$，按（16.24）式计算在 1.69×10^4 年内崩塌成奇点，然而太阳已经存在了 5×10^8 年。

IV）由于（16.27）式描述球内时空度规，（16.25）式描述的应当是物质球内观察者的时间。在星体内部 $\bar{r}<a$，按照（16.26）式， $Y<1$。按照（16.25）式，在 $R(\bar{t})=2Gm/a=\kappa a^2$ 时同样有 $t\to\infty$，表示星体塌陷到小于施瓦西半径需要无穷大的时间。也就是说施瓦西半径是物质密度的极限，球体不可能继续收缩，变成半径

无穷小密度无穷大的奇点。

V）将（16.15）式代入（16.13）式，并考虑（16.8）式，可以得到：

$$\frac{\ddot{R}}{R}+\frac{2\dot{R}^2}{R^2}+\frac{2\kappa c^2}{R^2}=4\pi G\rho \qquad \frac{\ddot{R}}{R}=-\frac{4\pi G\rho}{3} \tag{16.32}$$

从中消去 $\ddot{R}$，得到宇宙学的弗里德曼方程：

$$\frac{\dot{R}^2}{R^2}+\frac{\kappa c^2}{R^2}=\frac{8\pi G}{3}\rho \tag{16.33}$$

然而英国物理学家阿瑟·米恩早在 1943 年就已经证明，弗里德曼方程可以从牛顿引力公式导出。这等于说按照牛顿引力理论，随便什么星体都会崩塌成密度无限大的奇点，只能说明这种计算肯定在什么地方错了。

VI）由于采用随动坐标，物质的运动速度被忽略。然而即使观察者静止在共动参考上，由于 $R(\bar{t})$ 随时间而变，临近和远处的物质相对于随动参考系的观察者仍然有运动速度的。假设观察者位于共动参考系的 $\bar{r}=0$ 点上，$\bar{r}\neq 0$ 的其他点上的物质相对于观察者的速度为 $V=\dot{r}=\bar{r}\dot{R}(\bar{t})\neq 0$。在爱因斯坦引力场方程中，我们不可能不考虑物质的动量。然而在（16.6）~（16.9）式中，物质的运动速度没有被考虑。

VII）在随动坐标中，观察者随物质一起在引力场中自由降落。按照广义相对性原理，观察者所在局部时空度规是平直的，因此用（16.2）和（16.17）式来描写球内观察者在随动坐标系中的观察结果就是不对的。

3．罗伯特·奥本海默的计算

3. 1 球外部解：

奥本海默考虑压强可以忽略，密度均匀（实际上取 $\rho(r,t)=\rho_0=$ 等于常数）的物质球体的崩塌过程。在计算过程中，密度为常数分两步假设。先假设密度与坐标无关，然后再假定密度与时间无关。将问题分为球外部解和内部解，根据 Birkhoff 定理，质量球对称分布时，球外空间引力场同样用（16.1）式表示。

3. 2 球内部解：

考虑到崩塌过程度规与时间有关，奥本海默先将球体的内部度规写为【12】：

$$dS^2=e^{\nu(r,t)}dt^2-e^{\lambda(r,t)}dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \tag{16.34}$$

代入爱因斯坦引力场方程，得到：

$$e^{-\lambda}\left(\frac{\nu'}{r}+\frac{1}{r^2}\right)-\frac{1}{r^2}=-8\pi T_1^1 \tag{16.35}$$

$$e^{-\lambda}\left(\frac{\nu''}{2}+\frac{\nu'^2}{4}-\frac{\nu'\lambda'}{4}+\frac{\nu'-\lambda'}{2r}\right)-e^{-\nu}\left(\frac{\ddot{\lambda}}{2}+\frac{\dot{\lambda}^2}{4}-\frac{\dot{\nu}\dot{\lambda}}{4}\right)=-8\pi T_2^2=-8\pi T_3^3 \tag{16.36}$$

$$e^{-\lambda}\left(\frac{\lambda'}{r}-\frac{1}{r^2}\right)+\frac{1}{r^2}=8\pi T_4^4 \tag{16.37}$$

$$-e^{-\nu}\frac{\dot{\lambda}}{r}=-8\pi T_1^4 e^{\nu-\lambda}\frac{\dot{\lambda}}{r}=8\pi T_4^1 \tag{16.38}$$

在上式中能量动量张量T_1^1，T_2^2，T_3^3，T_4^4，T_4^1和T_1^4不等于零，其他分量等于零。由于不为零的T_μ^ν中包含物体的运动速度，引力场方程（16.35）~（16.38）是不可解的。因此在实际计算过程中，奥本海默采用了以下 Tolman 解。

3. 3 Tolman 解【13】

Tolman 解采用随动坐标，能量动量张量分量$T_{44}=\rho(R,\tau)$，其他分量为零，也就是说忽略了物质的运动速度。再将球内引力场的度规改写为：

$$dS^2=d\tau^2-e^{W(R,\tau)}dR^2-e^{U(R,\tau)}(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \tag{16.39}$$

式中R就相当于普通的坐标r，不应当再将它理解为尺度因子$R(t)$。代入爱因斯坦引力场方程，得到：

$$e^{-U}-e^{-W}\frac{U'^2}{4}+\ddot{U}+\frac{3\dot{U}^2}{4}=8\pi T_1^1=0 \tag{16.40}$$

$$-e^{-W}\left(\frac{U''}{2}+\frac{U'^2}{4}-\frac{W'U'}{4}\right)+\frac{\ddot{W}}{2}+\frac{\dot{W}^2}{4}+\frac{\ddot{U}}{2}+\frac{\dot{U}^2}{4}-\frac{\dot{W}\dot{U}}{4}=8\pi T_2^2=8\pi T_3^3=0 \tag{16.41}$$

$$e^{-U}-e^{-W}\left(U''+\frac{3}{4}U'^2-\frac{1}{2}W'U'\right)+\frac{\dot{W}^2}{4}+\frac{\dot{W}\dot{U}}{2}=8\pi T_1^1=8\pi\rho \tag{16.42}$$

$$\frac{\dot{U}U'}{2}-\frac{\dot{W}U'}{2}+\dot{U}'=-8\pi T_1^4=8\pi T_4^1 e^W=0 \tag{16.43}$$

（16.43）式的解是：

$$e^{W(R,\tau)}=e^{U(R,\tau)}\frac{U'^2(R,\tau)}{4f^2(R)} \tag{16.44}$$

要求 $f^2(R)>0$ 且是 R 的任意函数。将（16.44）式代入（16.40）式，并令 $f^2(R)=1$，得：

$$\ddot{U}+\frac{3}{4}\dot{U}^2=0 \tag{16.45}$$

上式的解为：

$$e^{U(R,\tau)}=\Big[F(R)\tau+G(R)\Big]^{4/3} \tag{16.46}$$

其中 $F(R)$ 和 $G(R)$ 是任意函数。将（16.44）代入（16.41）式，同样得到（16.46）式。从（16.42），（16.44）和（16.46）式可得：

$$\frac{3}{4\big(\tau+G(R)/F(R)\big)\big(\tau+G'(R)/F'(R)\big)}=8\pi\rho(R,\tau) \tag{16.47}$$

选择 $G(R)=R^{3/2}$，在某个特殊的时刻，令 $\tau=0$，密度只是 R 的函数，（16.37）式变成关于 $F(R)$ 的一阶微分方程，就有：

$$F(R)F'(R)=9\pi R^2\rho_0(R) \tag{16.48}$$

下文中我们将证明，在一般的情况下（16.48）式是不成立的。得到（16.48）式之后，奥本海默认为令 $f^2(R)$ 等于某个值，则允许任意选择初始值 $\dot{\rho}_0(R)$，因此可以将（16.48）式写为：

$$F(R)F'(R)=\begin{cases} AR^2 & R<R_b \\ 0 & R>R_b \end{cases} \tag{16.49}$$

其中 $A>0$ 是一个常数，R_b 则是星体的表面的半径。（16.49）式的一个特解是：

$$F(R)=\begin{cases} -\dfrac{3}{2}r_0^{1/2}(R/R_b)^{3/2} & R<R_b \\ -\dfrac{3}{2}(r_0)^{1/2} & R>R_b \end{cases} \tag{16.50}$$

此处星体的引力半径 r_0 是为方便而引入的。至此度规（16.39）的形式及被确定，为了使它能与外部解（16.1）式在界面上连续，还必须引入坐标变换。

3. 4 Tolman 解的坐标变换

令 $t=t(R,\tau)$ 和 $r=r(R,\tau)$，就有 $dt=\dot{t}d\tau+t'dR$，$dr=\dot{r}d\tau+r'dR$。代入（16.1）式，得到：

$$dS^2 = (e^{v}\dot{t}^2 - e^{\lambda}\dot{r}^2)d\tau^2 - (e^{\lambda}r'^2 - e^{v}t'^2)dR^2$$

$$+ 2(e^{v}\dot{t}t' - e^{\lambda}\dot{r}r')d\tau dR + e^{U}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \qquad （16.51）$$

与再与（16.39）式比较，

$$e^{v}\dot{t}^2 - e^{\lambda}\dot{r}^2 = 1 \qquad e^{\lambda}r'^2 - e^{v}t'^2 = e^{W}$$

$$e^{v}\dot{t}t' - e^{\lambda}\dot{r}r' = 0 \qquad e^{U(R,\tau)} = r^2 \qquad （16.52）$$

考虑（6.44）式，从上式可得：

$$e^{-\nu} = \dot{t}^2 - \frac{t'^2}{r'^2} = \dot{t}^2(1-\dot{r}^2) \qquad -e^{-\lambda} = \dot{r}^2 - 1 \qquad e^{W(R,\tau)} = r'^2 \quad （16.53）$$

$$\dot{t}\dot{r} - \frac{t'}{r'} = 0 \qquad （16.54）$$

考虑（16.46）和（16.52）式，可得：

$$\dot{r} = \frac{2}{3}(F\tau + G)^{-1/3}F = \frac{2}{3}r^{-1/2}F \qquad （16.55）$$

$$r' = \frac{2}{3}(F\tau + G)^{-1/3}\left(F'\tau + G'\right) = \frac{2}{3}r^{-1/2}\left(F'\tau + \frac{3}{2}R^{1/2}\right) \qquad （16.56）$$

再从（16.54），（16.55）和（16.56）式得：

$$\frac{t'}{\dot{t}} = \dot{r}r' = \begin{cases} -(r_0R)^{1/2}\left(R^{3/2} - \dfrac{3}{2}3r_0^{1/2}\tau\right)^{-2/3} & R > R_b \\ -r_0^{1/2}RR_b^{-1/3}\left(1 - \dfrac{3}{2}r_0^{1/2}R_b^{-3/2}\tau\right)^{-2/3} & R < R_b \end{cases} \qquad （16.57）$$

将上式积分，对于 $R > R_b$，一般解为：

$$t = L(x) \qquad x = \frac{2}{3r_0^{1/2}}(R^{3/2} - r^{3/2}) - 2(rr_0)^{1/2} + r_0\ln\frac{r^{3/2} + r_0^{3/2}}{r^{3/2} - r_0^{3/2}} \qquad （16.58）$$

其中 $L(x)$ 是 x 的任意函数，$r = r(R,\tau)$ 由（16.52）式确定。对于 $R < R_b$，一般解为：

$$t = M(y) \qquad y = \frac{1}{2}\left(\frac{R^2}{R_b^2} - 1\right) + \frac{R_b r}{r_0 R} \qquad （16.59）$$

$M(y)$ 是 y 的任意函数。

3. 5 边界条件

在星体外部 $R > R_b$ 的区域，线元被认为具有施瓦西度规（16.1）的形式，由此可以确定 $L(x)$ 的具体形式。从（16.58）式可知必须取 $L(x) = x$ 或 $t = x$ 。在球体的表面 $R = R_b$ ，对于任何 τ 我们都有 $L = M$ ， M 的形式可以按这个条件确定。从（16.59）式可知，在 $R = R_b$ 时 $y = r / r_0$ ，考虑到 $L = M$ ，利用（16.58）式得到：

$$t = M(y) = \frac{2}{3r_0^{1/2}}\left(R_b^{3/2} - r_0^{3/2} y^{3/2}\right) - 2r_0 y^{3/2} + r_0 \ln \frac{y^{3/2}+1}{y^{3/2}-1} \qquad (16.60)$$

利用关系 $y = r / r_0$ 将（16.51）式改写为

$$y = \left[F(R)\tau + G(R)\right]^{2/3} / r_0 \qquad (16.61)$$

将（16.61）式代入（16.60）式，就可以确定 (R,τ) 和 (r,t) 之间的变换，以及（16.52）和（16.53）的变换。

3. 6 星体的崩塌

对于足够大的 t ，从（6.60）式可得：

$$t = -r_0 \ln\left\{\frac{1}{2}\left[\left(\frac{R}{R_b}\right)^2 - 3\right] + \frac{R_b}{r_0}\left(1 - \frac{3r_0^{1/2}\tau}{2R_b^2}\right)^{2/3}\right\} \qquad (16.62)$$

对于固定的 R ，当 $t \to \infty$ 时 τ 是一个有限值，满足以下关系：

$$\frac{1}{2}\left[\left(\frac{R}{R_b}\right)^2 - 3\right] - \frac{R_b}{r_0}\left(1 - \frac{3r_0^{1/2}\tau}{2R_b^2}\right)^{2/3} = 0 \qquad (16.63)$$

从上式解出：

$$\tau = \frac{2R_b^2}{3r_0^{1/2}}\left\{1 + \left(\frac{r_0}{2R_b}\right)^{\frac{3}{2}}\left[\left(\frac{R}{R_b}\right)^2 - 3\right]^{\frac{3}{2}}\right\} \qquad (16.64)$$

奥本海默认为，上式表示一个随物质运动的观察者不可能从星体发出光信号，光信号能够逃出的光锥完全关闭的条件。奥本海默做了估计，对于一个初始密度为 $10^3 Kg / m^3$ ，质量为 $10^{30} Kg$ 的星体， τ 约为一天。

将（16.61）和（16.62）式代入（16.53）式得到：

$$e^{-\lambda} \sim 1 - \frac{R^2}{R_b^2}\left[e^{-t/r_0} + \frac{1}{2}\left(3 - \frac{R^2}{R_b^2}\right)\right]^{-1} \qquad (16.65)$$

$$e^{\nu} \sim e^{-\lambda-2t/r_0}\left[e^{-t/r_0}+\frac{1}{2}\left(3-\frac{R^2}{R_b^2}\right)\right] \tag{16.66}$$

奥本海默讨论了以上两式的渐进行为。但由于存在以下问题，讨论渐进行为实际上已经没有意义，在此就不介绍。

3. 7 奥本海默的计算存在的问题

I) 在（16.48）式中先假设密度 $\rho(R)$ 与时间无关，然后在（16.49）式中再假设 $9\pi\rho_0(R)=A=$ 常数，或密度与坐标无关。这种假设毫无道理，在实际过程中根本不可能。既然密度不随时间而变，星体的半径却随时间而变。最后还得到星体崩塌，密度变成无穷大的结果，这怎么可能呢？奥本海默计算的结论与前提互相矛盾，其基本出发点就是错的。

II) 在 $\tau=0$ 时从（16.47）式得到（16.48）式。在 $\tau\neq 0$ 时（6.48）式是不成立的，应当仍然用（16.47）式表示。原因在于虽然从（16.39）式看 R 和 τ 是相互独立的时空坐标，但引力场方程（16.40）~（16.43）式将它们联系起来。（6.47）式实际上是 R 和 τ 之间的函数关系，表示在 τ 时刻坐标 R 的取值关系。比如在 $\tau_1\neq 0$ 时有：

$$\frac{3}{4(\tau_1+G(R)/F(R))(\tau_1+G'(R)/F'(R))}=8\pi\rho(R,\tau_1) \tag{16.67}$$

因此（16.49）和（16.50）式都不成立。

III)（16.50）式认为积分常数 r_0 是引力半径，然而 r_0 实际上需要由初始条件或边界条件确定。按照（14.46）和（14.50）式的定义，我们实际上无法确定 r_0 是引力半径，只能认为它是一个具有长度量纲的任意值。如果 r_0 不是引力半径，（16.64）式中的时间 τ 就与引力常数和质量无关，也就与物质崩塌无关。事实上通过（16.49）和（16.50）可以确定（16.49）式中的常数 $A=9r_0/(4R_b^3)$。但将（16.49）积分得到（16.50）式的过程中还会出现一个积分常数，这个常数需要通过 $R=R_b$ 时的边界条件确定，但它在奥本海默的计算中被忽略了。

IV) 按照（16.50）式和（16.46）式，在 $R>R_b$ 的球外空间有：

$$e^{U(R,\tau)}=\left[-\frac{2}{3}r_0^{1/2}\tau+R^{2/3}\right]^{\frac{4}{3}} \tag{16.68}$$

度规与时间 τ 有关。然而按照 Birkhoff 定理，质量球对称分布时，球外空间的度规与时间无关。因此（16.50）式不可能延拓到球外空间，其后关于球外空间的计算都

是没有意义的。

V）要真正了解在随动坐标系中观察，星体是否在有限时间内崩塌成奇点，就必须直接将（16. 47）式积分，然后讨论 R 和 τ 之间的关系。然而奥本海默没有这样做，原因在于（16. 47）式中 $\rho(R,\tau)$ 是未知的，因此根本无法积分。在这种意义上，用爱因斯坦引力场方程根本无法证明星体崩塌。事实上为了求解引力场方程，首先必须知道星体密度随时空坐标的变化形式，而不是通过求解引力场方程得到星体密度对时空坐标的依赖关系。

然而如果事先知道星体密度对时空坐标的依赖关系，我们就可以判断星体是否崩塌成黑洞，根本不需要解引力场方程。因此广义相对论关于物质崩塌成奇异性黑洞的证明在计算程序上就是错误的，仅凭这一点我们就可以说，奥本海默根本没有证明星体会崩塌成奇异性黑洞。

VI）（16.64）式中 R 是星体在任意 τ 时刻的半径，τ 随着 R 的增大而增大。然而奥本海默讨论的是星体的崩塌，应当是星体的半径变得越小，花费的时间越长.。因此（16.64）式充其量也只能是描述星体膨胀时半径与时间的关系，不可能用来描述星体的收缩。

VII ） 奥本海默的整个计算对星体的质量，初始半径和密度都没有限制。也就是说哪怕是一团质量很小的稀薄气体，（16.62）和（16.64）式也都成立的。按奥本海默的计算，也能崩塌成黑洞。不顾（16.64）式实际上不能描述星体收缩，假设有一个星体在半径 $R_b >> r_0$ 的情况下开始收缩，在有限的 τ 时刻收缩到 $R >> r_0$。按照（16.62）式，在星体外的自由空间中观察同样有 $t \to \infty$。意味着观察者需要无限长的时间，才能观察到星体从半径 R_b 变成 R，哪怕 R_b 和 R 的差别非常小。这样的结果显然是荒唐的，只能说明（16.62）式是没有意义。

VIII）奥本海默的计算还有一些其他错误。如（16.48）式右边应当是 16π 而不是 9π。（16.64）式等号两边的量纲不等，左边的量纲是长度 $[c\tau]=[L]$，右边的量纲是 $[R_b^2/r_0^{1/2}]=[L]^{3/2}$（$R_b$ 和 r_0 都具有长度量纲），因此（16.64）式不可能是对的。

IX）奥本海默的计算实际上采用 Tolman 解，而 Tolman 解被认为采用了随动坐标。然而实际的情况是，在 Tolman 解的原方程（16.39）式中，R 是正常的坐标，不是随动坐标。就如改进型计算一样，随动坐标应当写为 $r = R(\tau)\bar{r}$。观察者静止在随动坐标系中，$\bar{r}$ 在星体收缩过程中使不变量。因此（16.39）式实际上是在观察者静止参考系中写出的，相对于观察者，天体收缩过程中物质存在运动速度。密度 $\rho(R,\tau)$ 与时间有关，引力场方程中运动采用动态能量动量张量。然而（16.39）式

中却不含物质的运动速度，这样的方程是莫名其妙的。奥本海默的计算建立在这样的方程上，从一开始就是错的。

因此奥本海默的整个计算错误百出，不是一种合理的数学物理推导结果，而是在拼凑奥本海默自己想要得到的结果。

4. 讨 论

从以上讨论可以得出结论，奥本海默关于物质崩塌成奇异性黑洞的计算是错误的。至今为止，物理学家并没有在广义相对论的基础上证明物质能够崩塌成奇异性黑洞。现有天体物理学中所谓的奇异性黑洞理论实际上是没有任何物理学基础的。在本文之前，作者已经发表了一系列文章，证明奇异性黑洞在自然解中使不可能存在的。这些文章讨论的是爱因斯坦引力场方程的静态解，诸如物质的空心球分布，双球体分布和环状分布。本文讨论引力场方程的动态解，进一步揭示了爱因斯坦引力理论的局限性。

事实上对于场源物质存在运动速度的情况，爱因斯坦引力理论从来都没有被成功地应用，更不用说得出正确的结果。原因在于场源物质存在运动速度时，爱因斯坦引力场方程实际上无法求解。为了使引力场方程能够求解，物理学家不得不采用随动坐标。这种做法实际上是人为地逃避运动速度对引力场方程的影响，不能代表真实的物理过程。其结果只能说明，在场源物质存在运动速度情况下，爱因斯坦引力场方程实际上是无效的。

因此现有宇宙学和天体物理学中所谓奇异性黑洞、白洞和蛀洞等实际上都与真实的物理世界无关的。广义相对论中出现的时空奇异性并不是由大质量的高密度物质引起的，而是由采用弯曲时空的数学描述方法引起的。按照目前的天体物理学，在类星体中心可能存在大黑洞。然而 Rudolf Schild 等人观测显示【9】，类星体的中心存在所谓的“磁场急剧收缩体”。由于存在磁场和物质，类星体的中心根本不可能是奇异性黑洞。Rudolf Schild 等人观测结果与本文的计算和分析是一致的。宇宙空间中如果真的存在黑洞，就只能是牛顿黑洞，不可能是爱因斯坦黑洞。

在以爱因斯坦引力理论为基础的现代宇宙学理论中，这个问题同样存在。在爱因斯坦引力场方程的基础上，采用随动坐标系和罗伯逊-沃特度规这两个简化条件后，得到弗里德曼宇宙学方程，用于描述膨胀的宇宙。然而弗里德曼方程也可以直接从牛顿引力理论导出，其中不包含任何修正项。这个结果说明，现有宇宙学实际上是建立在牛顿引力理论基础上的。弗里德曼方程只适用于描述低速膨胀的宇宙观

察，不可适用于高速膨胀的宇宙学过程，诸如 Ia 超新星高的红移现象。宇宙学之所以需要暗能量，大量的非重子暗物质和加速膨胀的假设，其根本原因都在于此。

另一方面，如果将爱因斯坦引力场方程的施瓦西解变换到平直时空中描述，可以得到狭义相对论修正的牛顿引力公式【10】。用它也可以很好地解释广义相对论的实验，但没有任何时空奇异性。将这个公式用于描述膨胀的宇宙，可以建立修正的宇宙学方程，能很好地解释 Ia 超新星的高红移。我们就不需要暗能量和宇宙加速膨胀的假设，现有宇宙学中的许多基本问题都能都得到很好的解释【11】。这些结果都说明，我们必须放弃引力理论的几何描述形式，通过对牛顿引力理论的修正，回到平直时空的动力学描述方式。

参考文献

1. S．Chandrasekhar, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 1935, 95, 207. L. D. Landau, Z. Sowjetuntion, Phys., 1932, 1, p. 285.
2. J. R. Oppenheimer, H. Snyder, On Continued Gravitational Contraction, Phys. Rev., 1939, Vol., 54, p. 455 - 459.
3. J. R. Oppenheimer and G. M. Volkoff, Phys. Rev., 1939, 55, p. 374.
4. R. C. Tolman, Proc. Nat. Acard. Sci. 1934, 20, p. 3.
5. Ling Jun Wang, Rotational Behavior of Einsteinian Space, IL, Nuovo Cimento, 2000, Vol. 115B, p. 615 – 624.
6. S. 温伯格，引力论和宇宙论，科学出版社，1984，13，p. 266.
7.
8.
9.
10.