

半径有限薄圆盘引力场的特性 与环状星系的形成机制

梅晓春 俞平

(福州原创物理研究所, Cognitech Computer Inc, USA)

内容摘要 本文采用计算机数值计算方法,通过图示方式直观地给出多种物质盘状分布引力场的引力和旋转曲线。证明半径有限物质均匀分布薄圆盘引力场的旋转曲线是自然向上弯曲的,并在边界处达到极大。在物质密度指数衰减的情况下,根据衰减系数的大小,半径有限薄圆盘引力场的旋转曲线既可以向下弯曲,也可以是平坦的或向上弯曲的。物质盘状分布的引力场与球状分布的引力场的对称性是不一样的,盘面上半径 r 处以外的外盘物质会对半径为 r 处以内的内盘物质产生向外的引力。在漩涡星系的演化过程中,由于某些偶然的原因,内盘某个小区域的物质密度比外盘物质密度小时,该区域的物质受到的总引力的方向是指向外盘的。结果会使物质向外盘方向运动,内盘中心区域会形成物质空洞。同时证明这种盘的结构是不稳定,内盘的物质会不断地向外盘运动,使中心的空洞不断扩大,最终导致结构消散。由此就能较合理地解释著名的环状星系形成机制疑难问题,同时还能解释宇宙中环状星系为什么非常稀少的原因。

关键词 牛顿引力,漩涡星系,环状星系,旋转曲线,数值计算方法,天体物理学

一 前言

由于物质盘状分布时牛顿引力公式的形式非常复杂,目前我们对其实际上缺乏一般的和直观的了解。对于半径有限物质密度均匀分布的情况,盘引力场涉及第三类椭圆函数。如果物质密度指数衰减,半径无限盘的引力场涉及第一和第二类椭圆函数。除了这两种情况,不论是半径有限盘还是无限盘,物质任意分布的引力场一般没有解析解。因此为了方便,天体力学中常用质量球对称分布代替盘状分布,近似地估计漩涡星系的引力场。

然而如本文证明,物质球状分布与盘状分布的引力场实际上有很大的差别。一个最重要的差别是,球状分布时由于对称性,半径为 r 的球面以外的物质对该球面

以内物质的引力不产生影响。但物质盘状分布时，半径为 r 盘面以外的物质对该半径以内物质的引力会产生影响，因此用球状代替盘状分布会产生较大的误差。

本文采用计算机数值计算方法，通过图示方式直观地给出多种物质盘状分布引力场的引力和旋转曲线。证明半径有限物质均匀分布薄圆盘引力场的旋转曲线是自然向上弯曲的，并在边界处达到极大。在物质密度指数衰减的情况下，根据衰减系数的大小，半径有限薄圆盘引力场的旋转曲线既可以向下弯曲，也可以是平坦的或向上弯曲的。

本文同时证明，由于物质盘状分布时半径为 r 盘面以外的物质对该半径以内物质会产生引力。在盘面中心区域的密度小于外部盘的密度时，物质受到的引力是指向盘外，而不是指向盘心的。结果使物质向外盘运动，并在圆盘中心区域形成物质空洞。同时证明这种盘的结构是不稳定，会使内盘物质不断地向外盘运动，使中心的空洞不断扩大，最终导致结构消散。由此就能较合理地解释著名的环状星系形成机制疑难问题，同时还能解释宇宙中环状星系为什么非常稀少的原因。

二 半径有限密度均匀薄圆盘的引力和旋转曲线

2.1 半径有限密度均匀圆盘的引力场：

半径有限物质密度均匀分布圆盘的引力场的数学形式很复杂。设盘的密度为常数 σ_0 ，半径为 ρ ，在任意空间点 x, y, z ，引力势可以写为【1】：

$$U(R, r) = 2G\sigma_0 \left\{ z \left[\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \text{sign}(\rho - r) \right] - \sqrt{R^2 + \rho^2 + 2r\rho} E(k) - \frac{\rho^2 - r^2}{\sqrt{R^2 + \rho^2 + 2r\rho}} K(k) - \frac{(\rho - r)z^2}{(\rho + r)\sqrt{R^2 + \rho^2 + 2r\rho}} \Pi(\alpha^2, k) \right\} \quad (1)$$

式中 $R^2 = r^2 + z^2$ ， $k^2 = 4r\rho/(R^2 + \rho^2 + 2r\rho)$ ， $\alpha^2 = 4r\rho/(\rho + r)^2$ ， $K(k)$ ， $E(k)$ 和 $\Pi(\alpha^2, k)$ 分别是第三类完全椭圆积分：

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \quad (2)$$

$$\Pi(\alpha^2, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{(1 - \alpha^2 \sin^2 \varphi) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} \quad (3)$$

对上式进行微分，得到在 x, y, z 方向单位质量受到的引力：

$$F_x = -\frac{4G\sigma_0 x \sqrt{\rho}}{kr^{3/2}} \left[\left(1 - \frac{1}{2}k^2\right) K(k) - E(k) \right] \quad (4)$$

$$F_y = -\frac{4G\sigma_0 y \sqrt{\rho}}{kr^{3/2}} \left[\left(1 - \frac{1}{2}k^2\right) K(k) - E(k) \right] \quad (5)$$

$$F_z = \frac{2G\sigma_0 z}{\sqrt{R^2 + \rho^2 + 2r\rho}} K(k) - G\sigma\pi \operatorname{sign}(z) \left[1 + \operatorname{sign}(\rho - r)(1 - \Lambda_0(\phi, k)) \right] \quad (6)$$

$\Lambda_0(\phi, k)$ 是 Heuman's Lambda 函数。在 $z=0$ 平面上 $R=r$ ， $k^2=4r\rho/(r+\rho)^2$ ，引力势和引力可以简化为：

$$U(r) = -2G\sigma_0(r+\rho)E(k) - (\rho-r)K(k) \quad (7)$$

$$F_r = -\sqrt{F_x^2 + F_y^2} = -\frac{4G\sigma_0\rho}{kr} \left[\left(1 - \frac{1}{2}k^2\right) K(k) - E(k) \right] \quad (8)$$

在边界点上 $r=\rho$ ， $k=1$ ，得：

$$U(\rho) = -4G\sigma_0\rho K(1) \quad (9)$$

$$F_r = 4G\sigma_0 \left[\frac{1}{2} K(1) - E(1) \right] \quad (10)$$

按 (2) 式有：

$$K(1) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\cos\varphi} = \ln \left(\frac{1}{\cos\varphi} + \operatorname{tg}\varphi \right) \Big|_0^{\pi/2} \rightarrow \infty \quad E(1) = \operatorname{si} \pi/2 = 1 \quad (11)$$

也就是说在边界点上，半径有限均匀盘的引力势和引力都是无穷大，这个结果至今没有被注意。由于椭圆函数的复杂形式，我们对半径有限均匀盘的引力场实际上缺乏直观的了解。本文的目的就是通过计算机数值计算，找到一般性的方法来处理物质圆盘分布的引力场问题，将它们直观地画出来。

2.2 半径有限密度均匀薄圆盘引力场的数值计算

假设厚度不计物质均匀分布的薄圆盘半径为 R ，面密度 σ_0 为常数。如图 1 所示，

圆盘内任意点上面积元 $dxdy$ 的质量对盘内 x_0 点上单位质量的引力为：

$$d\vec{F}(x_0) = -\frac{G\sigma_0 dxdy \vec{r}}{r^3} \quad r = \sqrt{(x_0 - x)^2 + y^2} \quad (12)$$

从对称性考虑，沿 y 轴方向的引力分量相互抵消，沿 x 轴方向的引力分量为：

$$dF(x_0) = -\frac{G\sigma_0 \cos\theta dxdy}{r^2} \quad \cos\theta = \frac{x_0 - x}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + y^2}} \quad (13)$$

整个薄圆盘质量对 x_0 点单位质量的引力就为：

$$F(x_0) = -\int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{G\sigma_0(x_0-x)dy}{((x_0-x)^2+y^2)^{3/2}} = -\int_{-R}^R \frac{2G\sigma_0\sqrt{R^2-x^2}dx}{(x_0-x)\sqrt{R^2+x_0^2-2x_0x}} \quad (14)$$

当 $x_0 > R$ 时有 $x_0 - x > 0$ ，容易证明此时 $R^2 + x_0^2 - 2x_0x > 0$ 。因此在 $x_0 > R$ 圆盘外区间，上式中被积函数是正常的。数学上可以证明，在 $x_0 < R$ 的盘内 $x = x_0$ 点上被积函数是有限的。无穷大只出现在边界上，结果与 (11) 式是一致的。

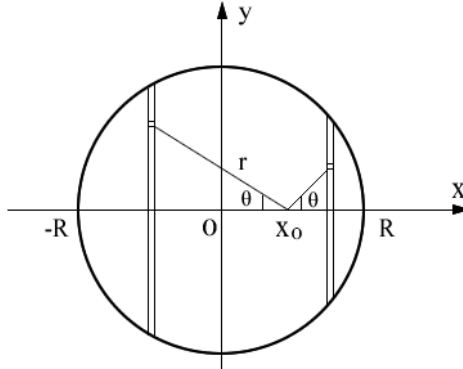


图 1 密度均匀半径有限薄圆盘引力的计算

设星系盘半径 $R = 15kpc$ ，厚度 $h = 0.6kpc$ ，质量 $M = 2 \times 10^{41}kg$ ，体密度 $\rho = 7.85 \times 10^{-21}kg/m^3$ 。若将它看成薄圆盘，面密度 $\sigma_0 = 0.30kg/m^2$ 。利用计算机数值方法按 (14) 式计算，考虑速度与单位质量引力的关系 $V = \sqrt{x_0 F}$ ，得到图 2 的旋转曲线 L_3 。结果表明，薄圆盘的引力和旋转速度都随圆盘半径 x_0 的增大而增大，且在盘边缘 $x_0 = 15kpc$ 处达到极大。原则上这个峰值应当是无穷大，但由于数值计算采用的步长不可能无穷小，得到的峰不是无穷大。

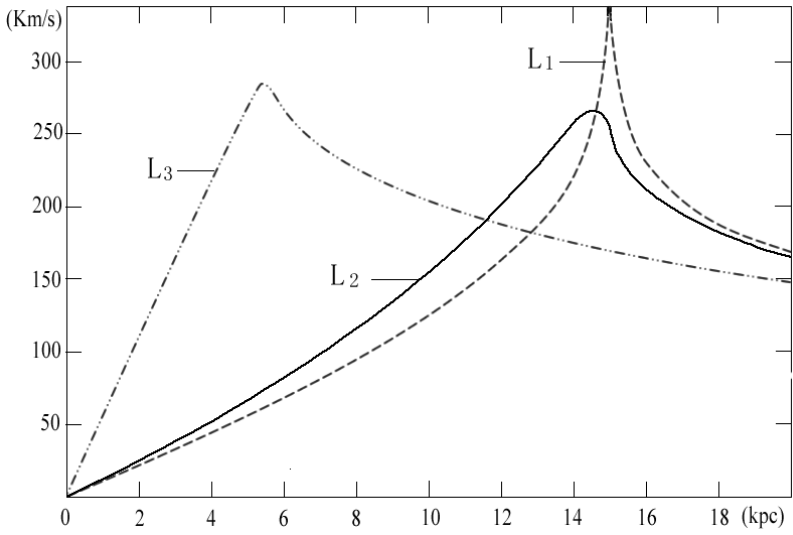


图 2 L_1 是半径有限密度均匀分布薄圆盘的旋转曲线
 L_2 是半径有限密度递减薄圆盘的旋转曲线
 L_3 是质量球对称均匀分布的旋转曲线

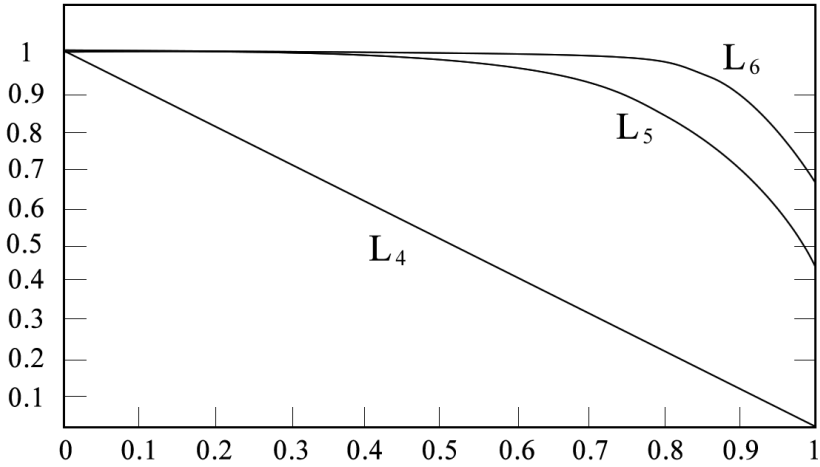


图 3 为消除盘边界点上旋转曲线尖锐峰参数 N 的选择

为了消除边界上无穷大，令盘质量密度按下式递减，在盘边界上密度为零，即：

$$\sigma(r) = \sigma_0 [1 - (r/R)^N] = \sigma_0 [1 - (\sqrt{x^2 + y^2}/R)^N] \quad (15)$$

N 取足够大时 $1-(r/R)^N$ 是一条接近于 1 的直线, 图 3 是 $N=1, 5, 10$ 时的曲线, 可以认为取 $N=10$ 时就足够了。取面密度 $\sigma_0 = 0.356 \text{kg/m}^2$ 和 $N=10$, 半径 $R = 15 \text{kpc}$ 的圆盘质量同样为 $2 \times 10^{41} \text{kg}$ 。用数值方法计算得到图 2 的 L_2 曲线, 在边界点上无穷大消失, 曲线变得光滑, 在边界内仍然向上弯曲。作为对照, 考虑物质球对称分布, 球外空间的牛顿引力公式是:

$$F = \frac{V^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \quad \text{或} \quad V = \sqrt{rF} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (16)$$

如果同样的质量是一个球, 令 $M = 2 \times 10^{41} \text{kg}$, 密度为 $\rho = 7.85 \times 10^{-21} \text{kg/m}^3$, 半径则为 5.37kpc 。按 (16) 式计算旋转曲线, 得到图 2 中的 L_3 曲线。可知质量和体密度相同时, 曲线 L_3 与 L_2 有很大的差别。 L_3 的峰值点比 L_2 的峰值点明显右移, 盘外区域的旋转速度也比球状分布的旋转速度大。

三 密度指数衰减薄圆盘的引力场和旋转曲线

3.1 半径无限薄盘面密度分布指数衰减的引力场

半径无限薄盘面密度分布指数衰减时, 引力场有解析解。因此目前天体力学中较精确的方法是, 将漩涡星系看成边界无限的薄圆盘, 求出盘的引力势, 然后通过微分计算求引力。令:

$$\sigma(r) = \sigma_0 e^{-r/R_d} = \sigma_0 e^{-\alpha r} \quad (17)$$

式中指数衰减参数 $\alpha = 1/R_d$, R_d 是盘的长度标度。对 $z=0$ 的情况, 按椭圆函数计算方法得到的旋转速度是 **【2】**:

$$V^2(r) = 4\pi G \sigma_0 R_d y^2 \left[I_0(y) K_0(y) - I_1(y) K_1(y) \right] \quad (18)$$

式中 $y = r/2R_d = \alpha r/2$, $I_0(y)$ 和 $I_1(y)$ 为第一类修正的贝赛尔函数, $K_0(y)$ 和 $K_1(y)$ 为第二类修正的贝赛尔函数。

半径无限薄盘旋转曲线的形状与面密度指数衰减因子的大小密切相关。在 (17) 式中令 $\sigma_0 = 0.3 \text{kg/m}^2$, 取 $\alpha = 0.03$ ($R_d = 33.33$), $\alpha = 0.05$ ($R_d = 20$) 和 $\alpha = 0.15$ ($R_d = 6.67$), 通过计算机数值计算, 分别得到图 4 中的曲线 L_7 , L_8 和 L_9 。在 50hp 的范围内, 曲线 L_7 的后部是向上弯曲的, L_8 的后部是平坦的, 曲线 L_9 的后部则是

向下弯曲的。可见衰减参数 α 的大小对曲线的形状起关键作用， α 较小时曲线后部向上弯， α 较大时曲线后部向下弯。

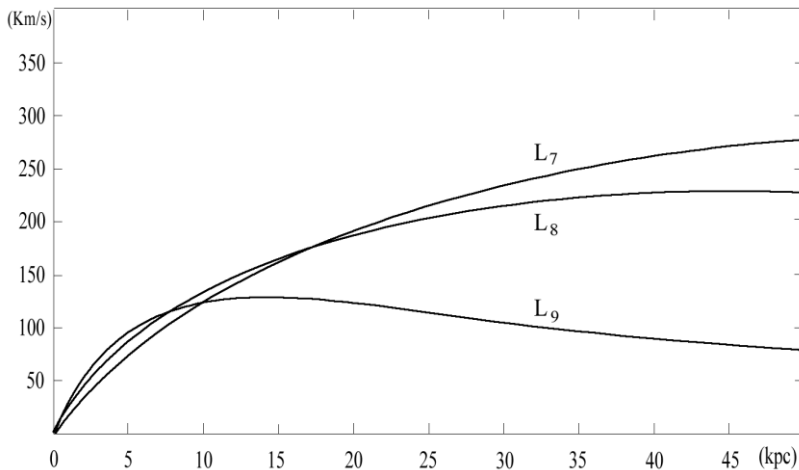


图 4 曲线 L_7 ， L_8 和 L_9 是半径无限密度指数衰减系数分别为 $\alpha = 0.03, 0.05, 0.15$ 时薄圆盘的旋转曲线

3.2 半径有限薄盘面密度分布指数衰减的引力场

设薄圆盘半径 $R = 15kpc$ ，取 $\sigma_0 = 1.5Kg/m^2$ ， $\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ 。按 (14) 式通过数值计算，得图 5 的 L_{10} ， L_{12} 和是 L_{14} 三条旋转曲线。它们在边界点内的后部分别向上弯，平坦和向下弯，在边界点上都有一个峰值。

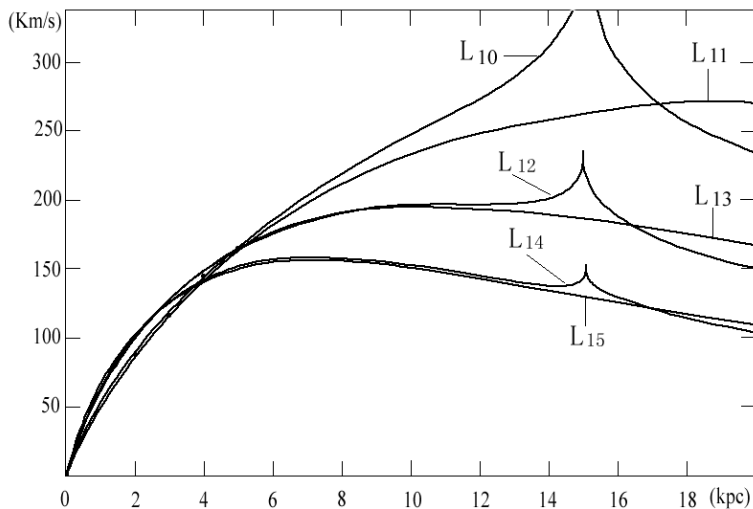


图5 L_{10} , L_{12} 和 L_{14} 是半径有限密度指数衰减系数 $\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ 时薄圆盘的旋转曲线。 L_{11} , L_{13} 和 L_{15} 是半径无限密度指数衰减系数 $\alpha = 0.1, 0.2, 0.3$ 时薄圆盘的旋转曲线

取相同的面密度和指数衰减参数，按（18）式计算半径无限的薄圆盘的旋转速度，得到图5的 L_{11} , L_{13} 和 L_{15} 三条曲线。其中 L_{10} 和 L_{11} 的衰减参数 $\alpha = 0.1$ ，无论在盘内还是盘外区间，它们的形状相差很大。 L_{12} 和 L_{13} 的衰减参数 $\alpha = 0.2$ ，二者的形状不太一样，但差别变小。在圆盘内靠近边界处 L_{12} 是平坦的，但 L_{13} 却是向下弯曲的。 L_{14} 和 L_{15} 的衰减参数 $\alpha = 0.3$ ，除了在边界点附近，二者的形状基本是一致的。

3.3 衰减参数不相同外盘物质对内盘物引力的影响

按照牛顿引力理论，物质球状分布时，半径为 r 的球面以外的物质对该球面上以及球面内物质的引力不产生影响。这种对称性在物质盘状分布是不存在。在图1中称半径 $r < r_0$ 的区域为内盘， $r > r_0$ 的区域为外盘。以下我们指出，外盘物质的存在会对内盘物质的引力产生影响。用 F_n 代表所有内盘物质对 r_0 点上的单位质量的引力，方向指向盘心。 F_r 代表所有外盘物质对 r_0 点上单位质量的引力，方向指向外盘。在 F_n 和 F_r 的共同作用下，或者说在引力合力 $F_g = F_r - F_n$ 的作用下， r_0 点的物质以速度 V 做圆周运动，向心加速度和旋转速度都会变小。

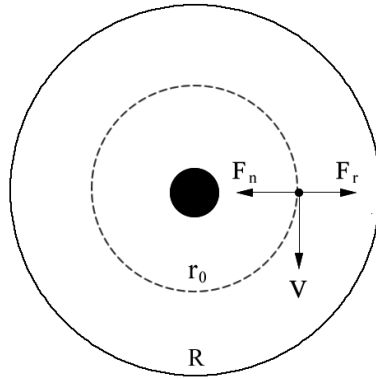


图6 作用在盘内物质上的引力和旋转速度

对于半径无限盘，如图4所示，密度相同衰减指数不一样时，旋转曲线不一样。衰减指数较大时，旋转曲线的前部较高后部较低。衰减指数较大说明物质更多集中在内盘，外盘物质相对较少。外盘物质对内环物质产生的引力较小，内环物质的向心加速度较大，曲线前部的旋转速度也较大。衰减指数较小时，旋转曲线的前部低

后部较高。衰减指数较小说明物质更多集中在外盘，内盘物质相对较少。外盘物质对内盘物质产生的引力较大，使内环物质向心引力变小，曲线前部的旋转速度变小。对于半径有限盘，如图 5 的 L_{10} ， L_{12} 和 L_{14} 曲线所示。密度相同衰减指数不一样时，情况与半径无限盘类似。

3.5 半径不同时外盘物质对内盘物引力的影响

对于半径有限盘，如果密度和衰减指数都相同，但盘的半径不一样时，旋转曲线的形状就有很大的不同。取 $\sigma = 3$ ， $\alpha = 0.2$ ， $R = 5, 10, 15, 20$ ， $N = 10$ ，得到图 6 的旋转曲线 $L_{17} \sim L_{20}$ 。可见半径较小的盘旋转曲线的前部很高，后部迅速降低。半径大的盘旋转曲线的前部都比半径小的盘的旋转曲线低，且后部缓慢下降。明显地说明外盘质量对内盘物质有引力，使其受到的向心引力减少，旋转速度变小。

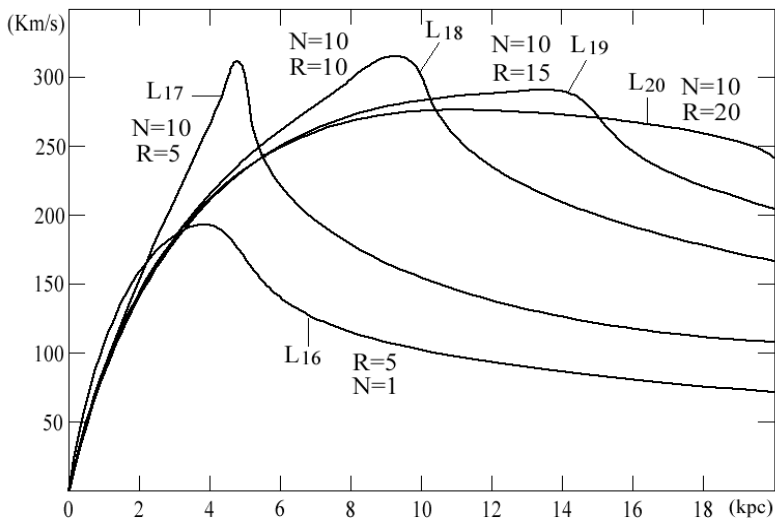


图 7 盘面密度和衰减指数相同，半径和参数 N 不相同时的旋转曲线

如果取 $\sigma = 3$ ， $\alpha = 0.2$ ， $R = 5$ ， $N = 1$ ，得图 6 中底部的 L_{16} 旋转曲线。与 L_{17} 曲线相比， L_{16} 对应的盘质量减少，但曲线前部增高，中后部降低。体现了不同的参数 N 对引力和旋转曲线的影响。

利用半径有限盘的这种性质，我们可以构造出一种物质分布，使外盘质量对内盘质量的引力足够大，大到使内盘物质受到的引力改变方向，从指向盘心的向心力变成指向盘外的排斥力。在这种情况下内盘物质是不稳定的，物质将向外盘运动，并在内盘中间形成物质空洞，由此就能形成环状星系的结构。

3.4 密度指数衰减薄圆盘的质量

旋涡星系的标度长度 R_d 是通过测量发光物质的光度来确定的，因此 R_d 只代表发光物质密度的指数衰减方式。然而一般旋涡星系中发光物质和不发光物质是混在一起的，通常认为不发光物质也是以指数衰减方式分布的【2】。因此本文将旋涡星系盘面物质密度统一用下式表示：

$$\sigma(r) = \sigma_0 e^{-\alpha r} [1 - (r/R)^{10}] \quad (19)$$

对于半径有限盘，按上式盘质量的计算公式为：

$$M_b = \int_0^R 2\pi\sigma_0 e^{-\alpha r} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{10}\right] r dr = \frac{2\pi\sigma_0}{\alpha} \left\{ -\left(r + \frac{1}{\alpha}\right) e^{-\alpha r} + \frac{1}{R^{10}} \left(r^{11} + \frac{11}{\alpha} r^{10} + \frac{11 \times 10}{\alpha^2} r^9 + \dots + \frac{11 \times 10 \times \dots \times 2}{\alpha^{10}} r + \frac{11!}{\alpha^{11}} \right) e^{-\alpha r} \right\} \Bigg|_0^R \quad (20)$$

在上式中令 $R \rightarrow \infty$ ，就得到半径无限密度指数衰减盘的质量。

四 环状星系的形成机制与不稳定性

4.1 环状星系物质的密度分布

一般认为旋涡星系物质的密度是指数衰减形式的。假设有两个薄圆盘，物质密度用 (19) 式表示。两个盘的半径不一样，有 $R_1 > R_2$ ， N_1 和 N_2 也不一样，但密度 σ_0 和衰减指数 α 一样。假设某个星系盘的物质面密度用二者的差值来表示，即令：

$$\begin{aligned} \sigma(r) &= \sigma_0 e^{-\alpha r} [1 - (r/R_1)^{N_1}] - \sigma_0 e^{-\alpha r} [1 - (r/R_2)^{N_2}] \\ &= \sigma_0 e^{-\alpha r} [(r/R_2)^{N_2} - (r/R_1)^{N_1}] \quad r \leq R_2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{和:} \quad \sigma(r) = \sigma_0 e^{-\alpha r} [1 - (r/R_1)^{N_1}] \quad r > R_2 \quad (22)$$

取 $\sigma_0 = 3$ ， $\alpha = 0.2$ ， $R_1 = 20kpc$ ， $R_2 = 5kpc$ ， $N_1 = 10$ ， $N_2 = 1$ ，结果如图 7 的 L_{21} 曲线所示。在整个区间，盘密度都是正值，相当于图 6 中 L_{16} 和 L_{20} 两条旋转曲线对应的盘密度的差值。按 (20) 式计算， $R_1 = 20kpc$ 盘的质量为 $3.93 \times 10^{41} Kg$ ， $R_2 = 5kpc$ 盘的质量为 $0.62 \times 10^{41} Kg$ 。二者差值是 $3.31 \times 10^{41} Kg$ ，或 $1.66 \times 10^{11} M_\odot$ ，如果银河系含 2×10^{11} 个太阳质量，则相对与 0.8 个银河系质量。

取 $\sigma_0 = 3$, $\alpha = 0.2$, $N_1 = N_2 = 10$, $R_1 = 20kpc$ 和 $R_2 = 5, 10, 15kpc$, 分别得到图 8 中的 L_{22} , L_{23} 和 L_{24} 曲线。曲线 L_{25} 则是取 $\sigma_0 = 3$, $R = 20kpc$ 和 $N = 10$ 得到的, 一个指数衰减盘的密度曲线。该曲线在原点处 $\sigma(0) = \sigma_0 = 3$, 其下部分与 $L_{21} \sim L_{24}$ 曲线是公共的。

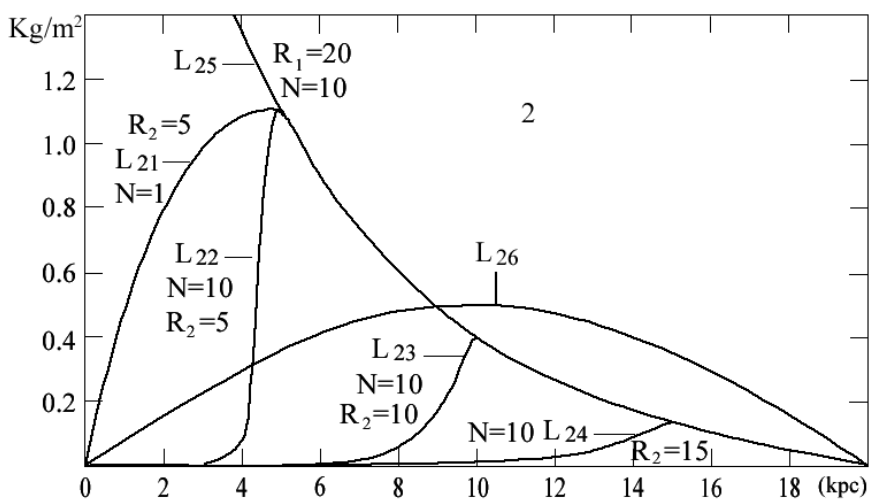


图 8 一般环状星系盘面密度

$L_{21} \sim L_{24}$ 盘密度分布的特点是, 离盘中心点密度为零, 随着半径的增加密度增加。在某个位置达到最大值后, 密度随半径的增加指数地减少, 在边界上密度为零。作为对照, 我们考虑盘物质密度的周期分布:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \sin(\pi r / R) = \sigma_0 \sin(\pi \sqrt{x^2 + y^2} / R) \quad (23)$$

在盘中心 $r = 0$ 和边界 $r = R$ 上 $\sigma(r) = 0$, 当 $r = R/2$ 时 $\sigma(R/2) = \sigma_0$, 密度达到最大值, 然后密度随半径的增加而减小。因此这样的密度分布与 (21) 式有相似之处。图 8 的 L_{26} 则是 $\sigma_0 = 0.5$, $R = 20kpc$ 时, 按 (23) 式的密度分布曲线。

4.2 环状星系的引力曲线

采用 (21) 和 (22) 式的盘密度, 用计算机数值方法计算, 得到图 9 的引力曲线。其中 $L_{27} \sim L_{30}$ 分别于图 8 中的 $L_{21} \sim L_{24}$ 密度曲线对应。从图 8 看出, 所有这些曲线的前部都大于零, 代表的引力是正的, 意味着在图 6 中 $F_r > F_n$, 合力指向盘外。曲线后半部都小于零, 代表外盘物质受到的引力为负, 合力指向盘心。

大致在密度从增加变成减小的点附近，引力由正变成负。曲线 L_{32} 则是物质密度按 (23) 式变化时，图 7 中 L_{26} 曲线对应的引力曲线。它也是前部为正，后部为负。我们用它来进一步证明，内盘物质密度小于外盘密度时，盘的内部物质受到的引力向外的推论。曲线 L_{31} 与图 7 中的 L_{25} 对应，表示物质密度指数衰减时，盘中各个部分受到的力都是向盘心的引力。

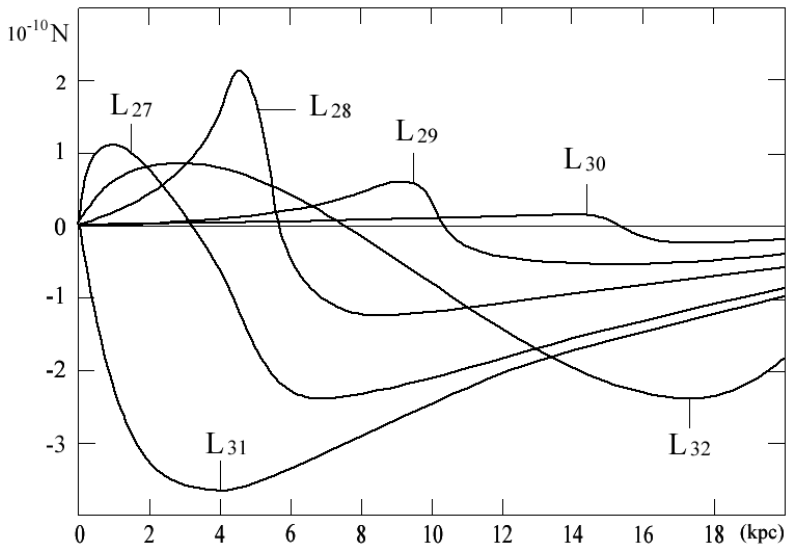


图 9 一般环状星系的引力曲线

在实际情况中，还要考虑环状星系中心球状分布的星系和的引力。但由于环状星系内核的质量较小，考虑星系核后只是将曲线的高度稍微压低，不改变曲线的基本形状。以下我们以哈氏天体为例，计算其完整的引力曲线。

4.3 环状星系的形成机制

最著名的环状星系又称哈氏天体 (Hoag's Object)，位于北天的巨蛇座星系内，距离地球大约 6 亿光年，是美国天文学家亚特·霍格 (Art Hoag) 在 1950 年首先发现的【4】。它的外围由明亮的蓝色恒星组成的环状物，而中心处的圆球则主要是由许多较老的红色恒星构成，介于两者之间的是一片几乎完全黑暗的区域。哈氏天体的形成机制至今仍然是个谜，常常引起天文学界很大的兴趣。

根据文献【3】，哈氏星系的内核半径约为 $5kpc$ ，光环的内半径为 $16.1kpc$ ，外半径为 $30.1kpc$ 。在 $2.5kpc$ 处星系核物质的旋转速度为 $37\sim 55 Km/s$ ，在 $32kpc$ 最大的旋转速度为 $300 Km/s$ 。如果取 $2.5kpc$ 处物质的旋转速度为 $50 Km/s$ ，半径

2.5kpc 内物质质量为 $2.9 \times 10^{39} \text{ Kg}$ 。因此假设半径为 5kpc 的星系核物质质量为 $5 \times 10^{39} \text{ Kg}$ 是合理的，同时假设星系和半径 kpc 内物质质量为 $1.4 \times 10^{39} \text{ Kg}$ 。

文献【3】按照半径 32kpc 处旋转速度为 300 Km/s 计算，得到哈氏星系的质量为 $1.36 \times 10^{42} \text{ Kg} = 6.8 \times 10^{11} M_{\odot}$ 。与星系盘的质量相比，星系核的质量可以忽略不计。然而这个质量是按照星系物质球状分布计算的，如果按物质盘状分布，就需要用(20)式计算。为此取哈氏星系的参数为 $\sigma_0 = 1$ ， $\alpha = 0.06$ ， $R_1 = 33\text{kpc}$ ， $R_2 = 15\text{kpc}$ ， $N_1 = N_2 = 10$ ，星系盘的质量为 $5.62 \times 10^{41} \text{ Kg}$ 或 $2.81 \times 10^{11} M_{\odot}$ ，只是用质量球状分布计算结果的 41.3%。

图 10 是按照以上参数计算得到的环状星系引力曲线图。其中 L_{33} 是盘物质的引力曲线， L_{34} 是星系核物质的引力曲线， L_{35} 是同时考虑星系核与星系盘后的总的引力曲线。按照 L_{35} ，半径等于 0 ~ 5kpc 之间引力为负，在此区间的物质做向心圆周运动。半径在 5 ~ 16.5kpc 之间引力为正，在此区间的物质要向外盘做加速运动，而不是做圆周向心加速运动。半径大于 16.5kpc 后引力为负，物质做圆周向心运动。

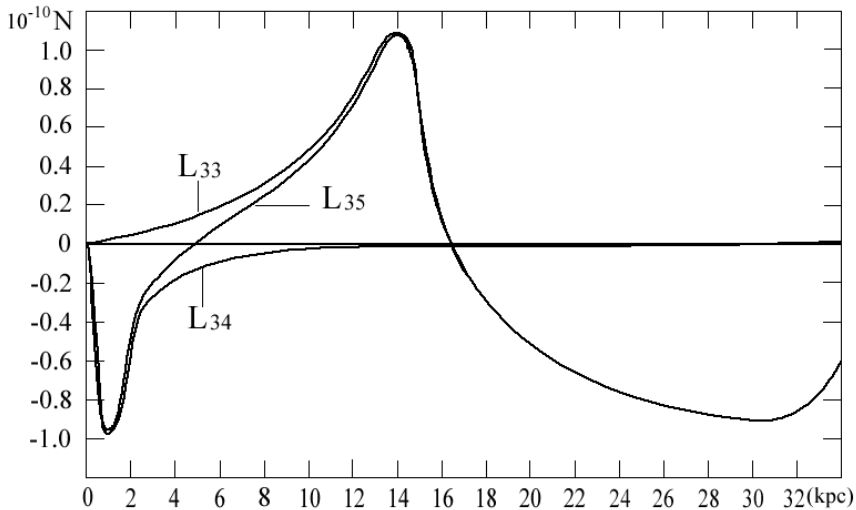


图 10 哈氏星系的引力曲线

该环状星系核部分的旋转曲线用图 9 中的 L_{36} 表示，星系明亮环的旋转曲线用 L_{37} 表示。半径 5 ~ 16.5kpc 的内盘空间中旋转速度平方是负值，旋转速度变成虚数，无法画出。 L_{38} 则是星系的物质密度曲线，标尺画在图的右边。虚线区域的引力为正，那里的物质旋转速度是虚数，意味着不可能做圆周运动，只能做向外的加速运动。

假设在盘状星系形成的过程中，由于某些原因使盘中间某个区域的物质密度小

于盘外围的物质密度。按照本文的计算，内盘区域中物质受到的引力的合力就可能指向外盘方向，即 $F = F_r - F_n > 0$ 。

由于内盘物质做圆周运动产生时的离心力也是向盘外的，因此就不可能通过圆周运动来达到平衡。内盘的物质就会向外盘方向做加速运动，导致内盘区域空心化。随着内盘物质越来越少，物质密度越来越小，物质向外盘运动的趋势越来越大，内盘空心化程度也越来越大，最后就形成哈氏天体这种奇特的环状结构。按这种方式，根据物质盘分布的牛顿引力本身的特性，我们可以阐明环状星系的形成机制。

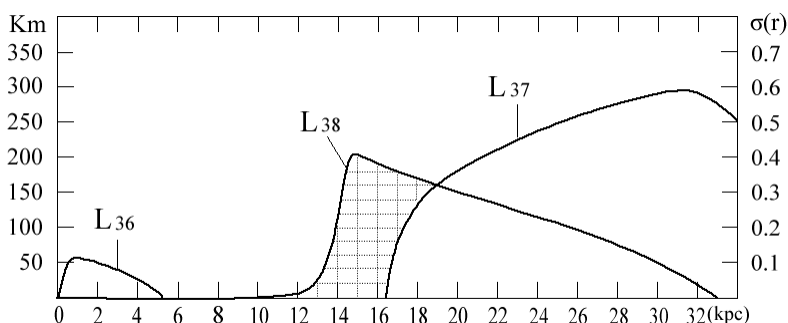


图 11 哈氏星系的旋转曲线和物质密度

4.4 环状星系的不稳定性

从图 11 可知，在半径小于 $15kpc$ 的盘内仍然有少量物质。我们以下来考虑星系环内盘上的物质全部运动到外盘，内盘完全没有质量时，环状星系的稳定性问题。

假设初始时环状星系盘中心形成一个半径为 $5kpc$ 的空洞，空洞中物质密度为零。取 $\sigma_0 = 1$ ， $\alpha = 0.056$ ，按 (19) 式计算，内环半径 $5kpc$ 的位置上密度 $\sigma(5) = 0.76$ 。设星系的质量与图 9 的哈氏星系一样，为 $5.62 \times 10^{41} Kg$ 。按 (20) 式计算，可得星系外半径为 $23.1kpc$ 。

图 12 中的 L_{36} 代表这种情况下的引力曲线，尖锐峰则是由于在 $r_1 = 5kpc$ 点处物质密度的突变引起的。 L_{39} 是物质密度曲线，在半径 $r_1 < 5kpc$ 的区间密度为零，但引力为零的点在 $r_2 = 6.9kpc$ 。在 $\Delta r = r_2 - r_1 = 1.9kpc$ 的半径内物质受到的引力指向外盘，因此图 12 中 A_1 阴影区中的物质向外盘做加速运动，使星系中心的空洞扩大。

假设星系盘空洞的半径扩大到 $15kpc$ ，质量不变。仍然取 $\sigma_0 = 1$ 和 $\alpha = 0.056$ ，按 (19) 式计算，在内环半径 $15kpc$ 的位置上密度 $\sigma(15) = 0.43$ ，按 (20) 式计算，外环半径扩大到 $33kpc$ 。引力曲线和密度曲线则用 L_{37} 和 L_{40} 表示，引力曲线的尖锐

峰则也是由于 $r_1 = 5kpc$ 点处物质密度的突变引起。此时在半径 $r_1' < 15kpc$ 的内盘上密度为零，引力为零的点在 $r_2' = 17.7kpc$ 。此时有 $\Delta r' = r_2' - r_1' = 2.7kpc$ ，在图 10 中用阴影区 A_2 表示。在此区域内的物质受到的引力指向外盘，物质向外盘运动。而且由于 $\Delta r' > \Delta r$ ，星系空洞扩大的趋势加大。

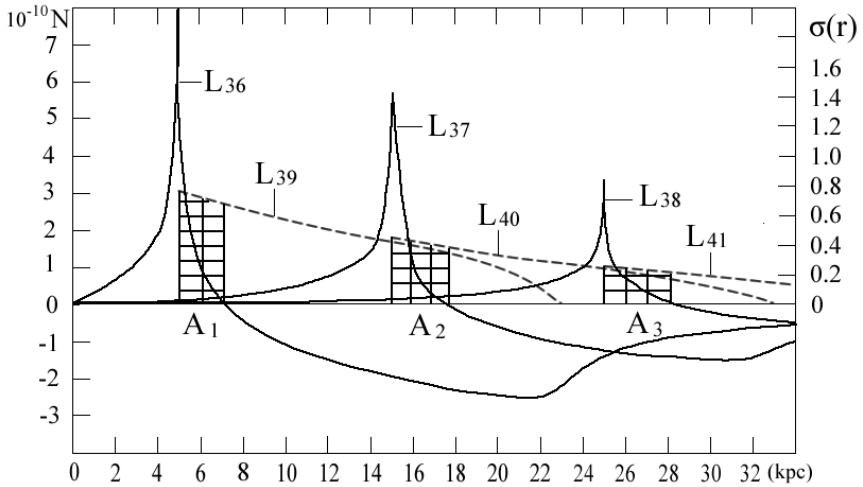


图 12 环状星系的不稳定性

假设星系盘空洞的半径再次扩大到 $25kpc$ ，星系质量不变。同样取 $\sigma_0 = 1$ 和 $\alpha = 0.056$ ，按 (19) 和 (20) 式计算，在内环边界 $25kpc$ 处的位置上密度 $\sigma(25) = 0.25$ ，外半径扩大到 $48.5kpc$ 。引力曲线和密度曲线则用 L_{38} 和 L_{41} 表示。半径 $r_1' < 25kpc$ 的内盘上密度为零，引力为零的点在 $r_2'' = 28.2kpc$ 。有 $\Delta r'' = r_2'' - r_1' = 3.2kpc$ ，在图 10 中用阴影区 A_3 表示。在此区域内的物质也受到的引力指向外盘，物质向外盘运动。而且由于 $\Delta r'' > \Delta r' > \Delta r$ ，星系空洞扩大的趋势进一步加大。

可见图 10 中的阴影区总是存在的，而且阴影的范围在扩大。在此区域中的物质不是做圆周运动，而是做向外的加速运动。因此环状星系的结构是不稳定的，一旦形成环状的空洞，空洞就会越变大，最终将导致星系消散。由此我们不但解释了环状星系的形成机制，同时还解释了为什么宇宙中环状星系如此稀少。除了星系内盘的某些区域物质密度比外盘小的形成条件不易满足外，也由于这种星系是不稳定的，迟早都要消散。

4.5 环状星系形成机制的讨论

亚特·霍格起先认为他发现的哈氏天体是一个垂死的恒星，其外围由星际气体组成。但他不满意这个解释，指出该星系外围的环结构没有炙热气体的波长特征，又认为星系外围神奇的环结构可能是一个光学幻觉，由引力透镜效应引起。

1974 年对哈氏天体的观测数据表明，其核心质量太少，不足以将背景星系发出的光线扭曲成一个超级环【4】。而且星系核与光环的红移是一样的，也就排除了光环的背景星系的光形成的假设【5】。1976 年 Lynds. R. 和 Toomre 等提出，哈氏天体的是由两个星系碰撞而形成的【6】。当一个质量较小的星系穿过一个大质量的漩涡星系时，两者发生了碰撞。两个星系的核心的大部分质量合并，形成我们现在看到的星系核心结构。而较小的星系中的气体和物质被大质量漩涡星系吸收，形成飘在星系核之外的环结构。

这种解释的问题在于，在哈氏星系周围未能找到作为“弹头”的第二个星系的痕迹。而且哈氏星系的核心相对于圆环的速度也很低，仅为 $-1 \pm 7 \text{ Km/s}$ 。根据计算，如果发生星系碰撞，星系核与星系环的相对速度应当在 100 Km/s 的数量级，因此这种形成的假说也不可能成立【5】。Noah Brosch 提出棒星系不稳定造成的【7】，但 F. Schweizer 等认为这种假设也不太可能【5】。F. Schweizer 推测，哈氏天体的核心部位在早期未形成环结构时，曾通过自身的引力大量地吸积周围宇宙空间的星际气体，多余的气体就在星系周围形成了环结构，但这种推测也存在证据不足的问题。

按照 (21) 式，环状星系由两个星系碰撞形成的机制也是可能的。但两个星系的质量不是相加，而是相减。事实上 (21) 式就是有两项相减得的结果，第一项代表大质量星系，第二项代表碰撞后大星系中间部分失去的质量。结果导致大星系内盘中部的密度小于外盘密度，使内盘物质向外盘运动，最终形成环状结构。只是由于哈氏星系的附近没有发现第二个星系的碰撞后留存痕迹，就不可能用两个星系的碰撞来解释罢了。

本文结果对漩涡星系的形成理论和暗物质会产生重要影响，这些问题留待进一步的讨论。

参考文献

1. 17. Krogh, F.T., Ng, E.W., Snyder, W.V., (1982), *Celest. Mech.* 26, 395, Lass, H., Blitzer, L., (1983), *Celest. Mech.* 30, 225. Fukushima, T., *Celest. Mech. Dyn. Astron.* 2010, 108, p. 339.
2. 詹姆斯·宾尼，斯科特·特里梅因著，宋国玄译，*星系动力学*，上海科学技术出版

- 社, 2005, p. 54, 242, 421.
3. A. A. Hoag, A peculiar object in Serpens, *Astronomical Journal*, 1950, 55: 170.
Bibcode:1950AJ.....55Q.170H. doi:10.1086/106427.
 4. O'Connell, R.W., Scargle, J. D. and Scargent, W. L. W., *APL*, 1974, 191, 61.
 5. F. Schweizer, W.K. Ford Jr., R. Jedarzewski, R. Giovanelli, 1987, The structure and evolution of Hoag's object, *Astrophysical Journal*, 320: 454–463.
Bibcode:1987ApJ...320..454S. doi:10.1086/165562.
 6. Lynds. R. and Toomre, A., *APJ.*, 1976, 209, 382. Theys, J. C. and Spiegel, E. A., 1977, *APJ*, 212, 616.
 7. N. Brosch, The nature of Hoag's object – The perfect ringed galaxy, *Astronomy and Astrophysics*, 1985, 153 (1): 199–206. Bibcode:1985A&A...153..199B.